

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ  
TRONG MẶT PHẪNG

**BÀI 21. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ**

**I LÝ THUYẾT.**

**1. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN**

**1.1. Dạng 1:** Phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(a;b)$  bán kính  $R$

Phương trình có dạng :  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

**1.2. Dạng 2:** Phương trình  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  với  $a^2 + b^2 - c > 0$  là phương trình đường tròn

tâm  $I(a;b)$  bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .

**2. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN**

Cho đường thẳng  $(D): Ax + By + C = 0$  và đường tròn  $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  có tâm  $I(a;b)$

- $(D) \cap (C) = \{M; N\} \Leftrightarrow d(I; (D)) < R$
- $(D) \cap (C) = \{M\} \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$
- $(D) \cap (C) = \emptyset \Leftrightarrow d(I; (D)) > R$

**3. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

**3.1. Viết phương trình tiếp tuyến  $(D)$  với  $(C)$  tại điểm  $M_0 \in (C)$**

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm  $I$  của  $(C)$ .
- Bước 2: Tiếp tuyến  $(D)$  là đường thẳng đi qua  $M_0$  và có VTPT là  $\overline{M_0I}$

**3.2. Viết phương trình tiếp tuyến  $(D)$  với  $(C)$  tại điểm  $M_0 \notin (C)$**

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(C)$ .
- Bước 2:  $(D)$  là đường thẳng đi qua  $M_0$  nên có dạng  $a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$
- Bước 3:  $(D)$  tiếp xúc với  $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$  (\*). Giải (\*) tìm được mối liên hệ giữa  $a$  &  $b$ . Chọn  $a$  &  $b$  phù hợp để kết luận.

**3.3. Viết phương trình tiếp tuyến  $(D)$  với  $(C)$  biết  $(D)$  song song với  $(D_1): Ax + By + C = 0$**

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(C)$ .
- Bước 2:  $(D) \parallel (D_1): Ax + By + C = 0$  nên phương trình có dạng  $Ax + By + C' = 0$  ( $C' \neq C$ )
- Bước 3:  $(D)$  tiếp xúc với  $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$  (\*). Giải (\*) tìm được  $C'$  so với đk

để kết luận.

**3.4. Viết phương trình tiếp tuyến  $(D)$  với  $(C)$  biết  $(D)$  vuông góc với  $(D_1)$ :  $Ax + By + C = 0$**

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(C)$ .
- Bước 2:  $(D) \perp (D_1)$ :  $Ax + By + C = 0$  nên phương trình có dạng  $Bx - Ay + C' = 0$
- Bước 3:  $(D)$  tiếp xúc với  $(C) \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$  (\*). Giải (\*) tìm được  $C'$  so với đk

để kết luận.

#### 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Cho đường tròn  $(C_1)$  có tâm  $I_1$ , bán kính  $R_1$  và đường tròn  $(C_2)$  có tâm  $I_2$ , bán kính  $R_2$ . Giả sử  $R_1 > R_2$ . Ta có:

- Hai đường tròn tiếp xúc  $\Leftrightarrow I_1I_2 = |R_1 \pm R_2|$
- Hai đường tròn cắt nhau  $R_1 - R_2 < I_1I_2 < R_1 + R_2$



#### BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

**7.13** Tìm tâm và tính bán kính của đường tròn:  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$ .

**7.14** Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.

- $x^2 + y^2 + xy + 4x - 2 = 0$ ;
- $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$ ;
- $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 1 = 0$ .

**7.15** Viết phương trình của đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Có tâm  $I(-2; 5)$  và bán kính  $R = 7$ ;
- Có tâm  $I(1; -2)$  và đi qua điểm  $A(-2; 2)$ ;
- Có đường kính  $AB$ , với  $A(-1; -3), B(-3; 5)$ ;
- Có tâm  $I(1; 3)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $x + 2y + 3 = 0$ .

**7.16** Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác  $ABC$ , với  $A(6; -2), B(4; 2), C(5; -5)$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

**7.17** Cho đường tròn  $(C)$ :  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $d$  của  $(C)$  tại điểm  $M(0; 2)$ .

**7.18** Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm  $t(0 \leq t \leq 180)$  vật thể ở vị trí có tọa độ  $(2 + \sin t^\circ; 4 + \cos t^\circ)$ .

- Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.
- Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

## II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

### DẠNG 1: NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN. TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

#### 1 PHƯƠNG PHÁP.

**Cách 1:** + Đưa phương trình về dạng:  $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (1)

+ Xét dấu biểu thức  $P = a^2 + b^2 - c$

Nếu  $P > 0$  thì (1) là phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(a;b)$  và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

Nếu  $P \leq 0$  thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

**Cách 2:** Đưa phương trình về dạng:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = P$  (2).

Nếu  $P > 0$  thì (2) là phương trình đường tròn có tâm  $I(a;b)$  và bán kính  $R = \sqrt{P}$

Nếu  $P \leq 0$  thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

#### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 1:** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

1)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$  (1)

2)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$  (2)

3)  $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 1 = 0$  (3)

4)  $2x^2 + y^2 + 2x - 3y + 9 = 0$  (4)

**Câu 2:** Cho phương trình  $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$  (1)

a) Tìm điều kiện của  $m$  để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm tọa độ tâm và bán kính theo  $m$

**Câu 3:** Cho phương trình đường cong  $(C_m): x^2 + y^2 + (m+2)x - (m+4)y + m + 1 = 0$  (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi  $m$  thay đổi

c) Chứng minh rằng khi  $m$  thay đổi họ các đường tròn  $(C_m)$  luôn đi qua hai điểm cố định.

#### 3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

(I)  $x^2 + y^2 - 4x + 15y - 12 = 0$ .

(II)  $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 20 = 0$ .

(III)  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$ .

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Chỉ (III).

D. Chỉ (I) và (III).

**Câu 2:** Để  $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$  (1) là phương trình đường tròn, điều kiện cần và đủ là

A.  $a^2 + b^2 - c > 0$ .

B.  $a^2 + b^2 - c \geq 0$ .

C.  $a^2 + b^2 - 4c > 0$ .

D.  $a^2 + b^2 + 4c > 0$ .

- Câu 3:** Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?  
**A.**  $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0$ . **B.**  $x^2 + y^2 - x = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$ . **D.**  $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$ .
- Câu 4:** Phương trình  $x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)y + 6m + 7 = 0$  là phương trình đường tròn khi và chỉ khi  
**A.**  $m < 0$ . **B.**  $m < 1$ . **C.**  $m > 1$ . **D.**  $m < -1$  hoặc  $m > 1$ .
- Câu 5:** Cho đường cong  $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $(C_m)$  là đường tròn có bán kính bằng 7?  
**A.**  $m = 4$ . **B.**  $m = 8$ . **C.**  $m = -8$ . **D.**  $m = -4$ .
- Câu 6:** Đường tròn  $3x^2 + 3y^2 - 6x + 9y - 9 = 0$  có bán kính bằng bao nhiêu?  
**A.**  $\frac{15}{2}$ . **B.**  $\frac{5}{2}$ . **C.** 25. **D.**  $\sqrt{5}$ .
- Câu 7:** Đường tròn  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$  có tâm là điểm nào sau đây?  
**A.**  $(-8; 4)$ . **B.**  $(2; -1)$ . **C.**  $(8; -4)$ . **D.**  $(-2; 1)$ .
- Câu 8:** Cho hai điểm  $A(-2; 1)$ ,  $B(3; 5)$ . Tập hợp điểm  $M(x; y)$  nhìn  $AB$  dưới một góc vuông nằm trên đường tròn có phương trình là  
**A.**  $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$ . **B.**  $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$ . **D.** Đáp án khác.
- Câu 9:** Cho hai điểm  $A(-4; 2)$  và  $B(2; -3)$ . Tập hợp điểm  $M(x; y)$  thỏa mãn  $MA^2 + MB^2 = 31$  có phương trình là  
**A.**  $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$ . **B.**  $x^2 + y^2 - 6x - 5y + 1 = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$ . **D.**  $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 22 = 0$ .
- Câu 10:** Cho  $A(-1; 0)$ ,  $B(2; 4)$  và  $C(4; 1)$ . Chứng minh rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$  là một đường tròn  $(C)$ . Tìm tính bán kính của  $(C)$ .  
**A.**  $\frac{\sqrt{107}}{2}$ . **B.**  $\sqrt{5}$ . **C.**  $\frac{25}{2}$ . **D.**  $\frac{25}{4}$ .

**DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN**



**1 PHƯƠNG PHÁP.**

**Cách 1:** + Tìm tọa độ tâm  $I(a; b)$  của đường tròn  $(C)$

+ Tìm bán kính  $R$  của đường tròn  $(C)$

+ Viết phương trình của  $(C)$  theo dạng  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .

**Cách 2:** Giả sử phương trình đường tròn  $(C)$  là:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (Hoặc

$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ ).

+ Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là  $a, b, c$ .

+ Giải hệ để tìm  $a, b, c$  từ đó tìm được phương trình đường tròn  $(C)$ .

**Chú ý:**

\*  $A \in (C) \Leftrightarrow IA = R$

\*  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$  tại  $A \Leftrightarrow IA = d(I; \Delta) = R$

\*  $(C)$  tiếp xúc với hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2 \Leftrightarrow d(I; \Delta_1) = d(I; \Delta_2) = R$



## BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 1:** Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Có tâm  $I(1; -5)$  và đi qua  $O(0; 0)$ .
- Nhận  $AB$  làm đường kính với  $A(1; 1)$ ,  $B(7; 5)$ .
- Đi qua ba điểm:  $M(-2; 4)$ ,  $N(5; 5)$ ,  $P(6; -2)$

**Câu 2:** Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

- (C) có tâm  $I(-1; 2)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: x - 2y + 7 = 0$
- (C) đi qua  $A(2; -1)$  và tiếp xúc với hai trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$
- (C) có tâm nằm trên đường thẳng  $d: x - 6y - 10 = 0$  và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình  $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$  và  $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$

**Câu 3:** Cho hai điểm  $A(8; 0)$  và  $B(0; 6)$ .

- Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$
- Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác  $OAB$

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ . và  $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$ . Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với  $d_1$  tại A, cắt  $d_2$  tại hai điểm B, C sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại B. Viết phương trình của (C), biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và điểm A có hoành độ dương.



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Đường tròn tâm  $I(3; -1)$  và bán kính  $R = 2$  có phương trình là

- $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ .
- $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ .
- $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ .
- $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ .

**Câu 2:** Đường tròn tâm  $I(-1; 2)$  và đi qua điểm  $M(2; 1)$  có phương trình là

- $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$ .
- $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ .
- $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ .
- $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$ .

**Câu 3:** Cho hai điểm  $A(5; -1)$ ,  $B(-3; 7)$ . Đường tròn có đường kính  $AB$  có phương trình là

- $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$ .
- $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 22 = 0$ .
- $x^2 + y^2 - 2x - y + 1 = 0$ .
- $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 1 = 0$ .

**Câu 4:** Đường tròn (C) tâm  $I(-4; 3)$  và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

- $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 9 = 0$ .
- $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$ .
- $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 16$ .
- $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$ .

**Câu 5:** Đường tròn (C) tâm  $I(4; 3)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$  có phương trình là

- $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 1$ .
- $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1$ .
- $(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 1$ .
- $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 1$

**Câu 6:** Đường tròn (C) đi qua điểm  $A(2; 4)$  và tiếp xúc với các trục tọa độ có phương trình là

- $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$  hoặc  $(x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$

**B.**  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$  hoặc  $(x-10)^2 + (y-10)^2 = 100$

**C.**  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$  hoặc  $(x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$

**D.**  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$  hoặc  $(x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$

**Câu 7:** Đường tròn (C) đi qua hai điểm  $A(1;3)$ ,  $B(3;1)$  và có tâm nằm trên đường thẳng  $d: 2x - y + 7 = 0$  có phương trình là

**A.**  $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102.$

**B.**  $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164.$

**C.**  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25.$

**C.**  $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25.$

**Câu 8:** Đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm  $A(0;-2)$  và đi qua điểm  $B(4;-2)$  có phương trình là

**A.**  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4.$

**B.**  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

**C.**  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

**D.**  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$

**Câu 9:** Tâm của đường tròn qua ba điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(-2; 1)$  thuộc đường thẳng có phương trình

**A.**  $x - y + 3 = 0.$

**B.**  $x - y - 3 = 0$

**C.**  $-x + y + 3 = 0$

**D.**  $x + y + 3 = 0$

**Câu 10:** Đường tròn đi qua 3 điểm  $A(0;2)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(1;1+\sqrt{2})$  có phương trình là

**A.**  $x^2 + y^2 + 2x + 2y - \sqrt{2} = 0.$

**B.**  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0.$

**C.**  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0.$

**D.**  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + \sqrt{2} = 0.$

**Câu 11:** Đường tròn đi qua 3 điểm  $A(11;8)$ ,  $B(13;8)$ ,  $C(14;7)$  có bán kính  $R$  bằng

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.**  $\sqrt{5}.$

**D.**  $\sqrt{2}.$

**DẠNG 3: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐIỂM; ĐƯỜNG THẲNG; ĐƯỜNG TRÒN VỚI ĐƯỜNG TRÒN**



### PHƯƠNG PHÁP.

1 Vị trí tương đối của điểm  $M$  và đường tròn (C)

Xác định tâm  $I$  và bán kính  $R$  của đường tròn (C) và tính  $IM$

+ Nếu  $IM < R$  suy ra  $M$  nằm trong đường tròn

+ Nếu  $IM = R$  suy ra  $M$  thuộc đường tròn

+ Nếu  $IM > R$  suy ra  $M$  nằm ngoài đường tròn

2 Vị trí tương đối giữa đường thẳng  $\Delta$  và đường tròn (C)

Xác định tâm  $I$  và bán kính  $R$  của đường tròn (C) và tính  $d(I; \Delta)$

+ Nếu  $d(I; \Delta) < R$  suy ra  $\Delta$  cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt

+ Nếu  $d(I; \Delta) = R$  suy ra  $\Delta$  tiếp xúc với đường tròn

+ Nếu  $d(I; \Delta) > R$  suy ra  $\Delta$  không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng  $\Delta$  và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

3 Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')

Xác định tâm  $I$ , bán kính  $R$  của đường tròn (C) và tâm  $I'$ , bán kính  $R'$  của đường tròn (C') và tính  $II'$ ,  $R + R'$ ,  $|R - R'|$

+ Nếu  $II' > R + R'$  suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau

+ Nếu  $II' = R + R'$  suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu  $II' < |R - R'|$  suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu  $|R - R'| = |II'|$  suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu  $|R - R'| < II' < R + R'$  suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.



## BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 1:** Cho đường thẳng  $\Delta: x - y + 1 = 0$  và đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm  $M(2;1)$  nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa  $\Delta$  và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta'$  vuông góc với  $\Delta$  và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$  và (C'):  $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

**Câu 3:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  có tâm I và đường thẳng  $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$

a) Tìm  $m$  để đường thẳng  $\Delta$  cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

b) Tìm  $m$  để diện tích tam giác  $IAB$  là lớn nhất



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 1:** Cho đường tròn (C):  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$  và đường thẳng  $d: 3x - 4y + 5 = 0$ . Phương trình của đường thẳng  $d'$  song song với đường thẳng  $d$  và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

A.  $4x + 3y + 13 = 0$ .      B.  $3x - 4y + 25 = 0$ .      C.  $3x - 4y + 15 = 0$ .      D.  $4x + 3y + 20 = 0$ .

**Câu 2:** Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $\Delta: x - 2y + 3 = 0$  và đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

A.  $(3;3)$  và  $(-1;1)$ .      B.  $(-1;1)$  và  $(3;-3)$ .      C.  $(3;3)$  và  $(1;1)$ .      D.  $(2;1)$  và  $(2;-1)$ .

**Câu 3:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(3;2)$  và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A.  $2x - y + 2 = 0$ .      B.  $x + y - 1 = 0$ .      C.  $x - y - 1 = 0$ .      D.  $x - y + 1 = 0$ .

**Câu 4:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-4;2)$ , cắt (C) tại hai điểm  $M, N$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $MN$ . Phương trình của đường thẳng  $d$  là

A.  $x - y + 6 = 0$ .      B.  $7x - 3y + 34 = 0$ .      C.  $7x - 3y + 30 = 0$ .      D.  $7x - y + 35 = 0$ .

- Câu 5:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 (I) Điểm  $A(1;1)$  nằm ngoài  $(C)$ .  
 (II) Điểm  $O(0;0)$  nằm trong  $(C)$ .  
 (III)  $(C)$  cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.  
**A.** Chỉ (I).                      **B.** Chỉ (II).                      **C.** Chỉ (III).                      **D.** Cả (I), (II) và (III).
- Câu 6:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$  và đường thẳng  $d: 4x - 3y + 5 = 0$ . Đường thẳng  $d'$  song song với đường thẳng  $d$  và chắn trên  $(C)$  một dây cung có độ dài bằng  $2\sqrt{3}$  có phương trình là  
**A.**  $4x - 3y + 8 = 0$ .                      **B.**  $4x - 3y - 8 = 0$  hoặc  $4x - 3y - 18 = 0$ .  
**C.**  $4x - 3y - 8 = 0$ .                      **D.**  $4x + 3y + 8 = 0$ .
- Câu 7:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(-4;2)$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm  $M, N$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $MN$ . Phương trình của đường thẳng  $d$  là  
**A.**  $x - y + 6 = 0$ .                      **B.**  $7x - 3y + 34 = 0$ .                      **C.**  $7x - 3y + 30 = 0$ .                      **D.**  $7x - y + 35 = 0$ .
- Câu 8:** Đường tròn  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$  cắt đường thẳng  $x + y - 2 = 0$  theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?  
**A.** 10.                      **B.** 8.                      **C.** 6.                      **D.**  $3\sqrt{2}$ .
- Câu 9:** Tìm giao điểm 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$   
**A.**  $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$  và  $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ .                      **B.**  $(0; 2)$  và  $(0; -2)$ .  
**C.**  $(2; 0)$  và  $(0; 2)$ .                      **D.**  $(2; 0)$  và  $(-2; 0)$ .
- Câu 10:** Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 = 4$  và  $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$ .  
**A.** Cắt nhau.                      **B.** Không cắt nhau.                      **C.** Tiếp xúc ngoài.                      **D.** Tiếp xúc trong.
- Câu 11:** Với những giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $\Delta: 4x + 3y + m = 0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$ .  
**A.**  $m = -3$ .                      **B.**  $m = 3$  và  $m = -3$ .                      **C.**  $m = 3$ .                      **D.**  $m = 15$  và  $m = -15$ .
- Câu 12:** Một đường tròn có tâm  $I(1;3)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x + 4y = 0$ . Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?  
**A.**  $\frac{3}{5}$ .                      **B.** 1.                      **C.** 3.                      **D.** 15.
- Câu 13:** Đường tròn  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  cắt đường thẳng  $x + y - a - b = 0$  theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?  
**A.**  $2R$ .                      **B.**  $R\sqrt{2}$ .                      **C.**  $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ .                      **D.**  $R$ .
- Câu 14:** Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$ .  
**A.** Tiếp xúc trong.                      **B.** Không cắt nhau.                      **C.** Cắt nhau.                      **D.** Tiếp xúc ngoài.
- Câu 15:** Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-1;3)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d: 3x - 4y + 5 = 0$  tại điểm  $H$  có tọa độ là  
**A.**  $(-\frac{1}{5}; -\frac{7}{5})$ .                      **B.**  $(\frac{1}{5}; \frac{7}{5})$ .                      **C.**  $(\frac{1}{5}; -\frac{7}{5})$ .                      **D.**  $(-\frac{1}{5}; \frac{7}{5})$ .
- Câu 16:** Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 = 4$  và  $(C_2): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ .  
**A.** Không cắt nhau.                      **B.** Cắt nhau.                      **C.** Tiếp xúc ngoài.                      **D.** Tiếp xúc trong.

DẠNG 4: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN VỚI ĐƯỜNG TRÒN



**1 PHƯƠNG PHÁP.**

Cho đường tròn (C) tâm  $I(a;b)$ , bán kính R

1. Nếu biết tiếp điểm là  $M(x_0; y_0)$  thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ

$\overline{IM}(x_0 - a; y_0 - b)$  làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$$

2. Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi  $d(I; \Delta) = R$  để xác định tiếp tuyến.



**2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**Câu 1:** Cho đường tròn (C) có phương trình  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$  và điểm hai điểm  $A(1; -1); B(1; 3)$

- a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A
- c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ **B**.

**Câu 2:** Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$  trong trường

- a) Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $\Delta': 2x + 3y + 4 = 0$
- b) Đường thẳng  $\Delta$  hợp với trục hoành một góc  $45^\circ$

**Câu 3:** Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$



**3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**Câu 1:** Cho đường tròn (C):  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm  $A(4; 4)$  là  
**A.**  $x - 3y + 5 = 0$ .      **B.**  $x + 3y - 4 = 0$ .      **C.**  $x - 3y + 16 = 0$ .      **D.**  $x + 3y - 16 = 0$ .

**Câu 2:** Cho đường tròn (C):  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm  $A(-5; 1)$  là

- A.**  $x + y - 4 = 0$  và  $x - y - 2 = 0$ .      **B.**  $x = 5$  và  $y = -1$ .
- C.**  $2x - y - 3 = 0$  và  $3x + 2y - 2 = 0$ .      **D.**  $3x - 2y - 2 = 0$  và  $2x + 3y + 5 = 0$ .

**Câu 3:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng  $D: x + 2y - 15 = 0$  là

- A.**  $x + 2y = 0$  và  $x + 2y - 10 = 0$ .      **B.**  $x - 2y = 0$  và  $x + 2y + 10 = 0$ .
- C.**  $x + 2y - 1 = 0$  và  $x + 2y - 3 = 0$ .      **D.**  $x - 2y - 1 = 0$  và  $x - 2y - 3 = 0$ .

**Câu 4:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$  và đường thẳng  $d: 2x + (m-2)y - m - 7 = 0$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $d$  là tiếp tuyến của (C)?

- A.**  $m = 3$ .      **B.**  $m = 15$ .      **C.**  $m = 13$ .      **D.**  $m = 3$  hoặc  $m = 13$ .

**Câu 5:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 9$  và điểm  $M(8; -3)$ . Độ dài đoạn tiếp tuyến của  $(C)$  xuất phát từ  $M$  là:

- A.** 10.                                    **B.**  $2\sqrt{10}$ .                                    **C.**  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .                                    **D.**  $\sqrt{10}$ .

**Câu 6:** Nếu đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = R^2$  tiếp xúc với đường thẳng  $d: 5x + 12y - 60 = 0$  thì giá trị của  $R$  là:

- A.**  $R = 2\sqrt{2}$ .                                    **B.**  $R = \frac{19}{13}$ .                                    **C.**  $R = \sqrt{5}$ .                                    **D.**  $R = \sqrt{2}$ .

**Câu 7:** Cho đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  song song với đường thẳng  $d: 2x + y + 7 = 0$  là

- A.**  $2x + y = 0; 2x + y - 10 = 0$ .                                    **B.**  $2x + y + 1 = 0; 2x + y - 1 = 0$ .  
**C.**  $2x - y + 10 = 0; 2x + y - 10 = 0$ .                                    **D.**  $2x + y = 0; x + 2y - 10 = 0$ .