

CHƯƠNG

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 25: NHỊ THỨC NEWTON



LÝ THUYẾT.

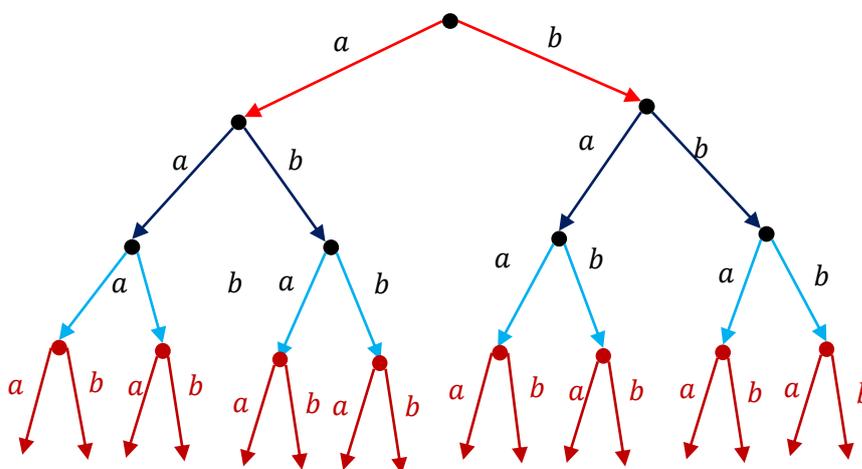
Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết **khai triển**:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của a và b . Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển $(a + b)^n$ khi $n \in \{4; 5\}$ không?

Sơ đồ hình cây của $(a + b)^4$



$$\begin{aligned} (a + b)^4 &= C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4 \\ &= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4a b^3 + b^4 \end{aligned}$$

Ví dụ 1: Khai triển $(2x + 1)^4$.

Lời giải

Thay $a = 2x$ và $b = 1$ trong công thức khai triển của $(a + b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned} (2x + 1)^4 &= (2x)^4 + 4 \cdot (2x)^3 \cdot 1 + 6 \cdot (2x)^2 \cdot 1^2 + 4 \cdot (2x) \cdot 1^3 + 1^4 \\ &= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1 \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Khai triển $(x-2)^4$.

Lời giải

Thay $a = x$ và $b = -2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned}(x-2)^4 &= x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot (-2) + 6 \cdot x^2 \cdot (-2)^2 + 4 \cdot x \cdot (-2)^3 + (-2)^4 \\ &= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5 \\ &= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Khai triển $(x+3)^5$

Lời giải

Thay $a = x$ và $b = 3$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$, ta được:

$$\begin{aligned}(x+3)^5 &= x^5 + 5 \cdot x^4 \cdot 3 + 10 \cdot x^3 \cdot 3^2 + 10 \cdot x^2 \cdot 3^3 + 5 \cdot x \cdot 3^4 + 3^5 \\ &= x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243\end{aligned}$$

Ví dụ 4: Khai triển $(3x-2)^5$

Lời giải

$$\begin{aligned}(3x-2)^5 &= C_5^0 (3x)^5 + C_5^1 (3x)^4 (-2) + C_5^2 (3x)^3 (-2)^2 + C_5^3 (3x)^2 (-2)^3 + C_5^4 (3x)(-2)^4 + C_5^5 (-2)^5 \\ &= 243x^5 - 2430x^4 + 1080x^3 - 720x^2 + 240x - 32\end{aligned}$$

Ví dụ 5:

- Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.
- Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1+0,2 = 1,2$

b) Cách bấm: $1.05^4 =$

Hiện thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

8.12. Khai triển các đa thức:

- a) $(x-3)^4$; b) $(3x-2y)^4$;
 c) $(x+5)^4 + (x-5)^4$; d) $(x-2y)^5$

8.13. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$

8.14. Biểu diễn $(3+\sqrt{2})^5 - (3-\sqrt{2})^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên.

8.15. a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^5$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^5$.

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,02^5$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

8.16. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P = 800 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r = 15\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

TỔNG QUÁT VỀ CÔNG THỨC NHỊ THỨC NIU-TƠN

1. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

Khai triển $(a + b)^n$ được cho bởi công thức sau:

Với a, b là các số thực và n là số nguyên dương, ta có

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n. (1)$$

Quy ước $a^0 = b^0 = 1$

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

- a) Số các hạng tử là $n + 1$.
- b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0 , số mũ của b tăng dần từ 0 đến n , nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n .
- c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.
- d) Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.

2. HỆ QUẢ

Với $a = b = 1$, thì ta có $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

Với $a = 1; b = -1$, ta có $0 = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n$

3. CÁC DẠNG KHAI TRIỂN CƠ BẢN NHỊ THỨC NEWTON

- ✓ $(x + 1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^k x^{n-k} + \dots + C_n^{n-1} x + C_n^n$
- ✓ $(1 + x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^k x^k + \dots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$
- ✓ $(x - 1)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \dots + (-1)^k C_n^k x^k + \dots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} x^{n-1} + (-1)^n C_n^n x^n$
- ✓ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, (n \geq 1)$
- ✓ $k.C_n^k = \frac{k.n!}{(n-k)!k!} = \frac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!} = n.C_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!} = \frac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!} = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1}$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^4$

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton với $n = 4$ ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4.$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. (NB) Khi khai triển nhị thức Newton $(x+y)^4$ ta thu được bao nhiêu hạng tử.

Câu 2. (NB) Khai triển nhị thức Newton $(1+x)^4$.

Câu 3. (NB) Khai triển nhị thức Newton $(x+2)^4$.

Câu 4. (NB) Khai triển nhị thức Newton $(x-1)^4$.

Câu 5. (TH) Khai triển nhị thức Newton $(2x+y)^4$.

Câu 6. (TH) Khai triển nhị thức Newton $(x-3y)^4$.

Câu 7. (TH) Khai triển nhị thức Newton $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^4$.

Câu 8. (TH) Khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 9. Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

- A. $C_4^{k-1} a^k b^{5-k}$. B. $C_4^k a^{4-k} b^k$. C. $C_4^{k+1} a^{5-k} b^{k+1}$. D. $C_4^k a^{4-k} b^{4-k}$.

Câu 12. Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

- A. $C_4^k 2^k 3^{4-k} \cdot x^{4-k}$. B. $C_4^k 2^{4-k} (-3)^k \cdot x^{4-k}$. C. $C_4^k 2^{4-k} 3^k \cdot x^{4-k}$. D. $C_4^k 2^k (-3)^{4-k} \cdot x^{4-k}$.

Câu 13. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1-2x)^4$.

- A. 1. B. -1. C. 81. D. -81.

- Câu 14.** Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là
A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1 . **D.** $12x$.
- Câu 15.** Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(x+2y)^4$.
A. 32 . **B.** 8 . **C.** 24 . **D.** 16 .
- Câu 16.** Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $P(x) = 4x^2 + x(x-2)^4$.
A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.
- Câu 17.** Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1-3x)^n$.
A. -108 . **B.** 81 . **C.** 54 . **D.** -12 .
- Câu 18.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^4$.
A. 1 . **B.** 4 . **C.** 6 . **D.** 12 .

Dạng 2. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^5$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức: $(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b^1 + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a^1 b^4 + C_5^5 b^5$
 $= a^5 + 5a^4 b^1 + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a^1 b^4 + b^5$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Khai triển biểu thức $(a-b)^5$.
- Câu 2:** Khai triển biểu thức $(x+1)^5$.
- Câu 3:** Khai triển biểu thức $(x-1)^5$.
- Câu 4:** Khai triển biểu thức $(x+2)^5$.
- Câu 5:** Khai triển biểu thức $(2x+y)^5$.
- Câu 6:** Khai triển biểu thức $(x-3y)^5$.
- Câu 7:** Khai triển biểu thức $(2x+3y)^5$.
- Câu 8:** Khai triển biểu thức $(2x-3y)^5$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $x + 1^5$.

- A. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$. B. $x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1$.
 C. $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$. D. $5x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 5x + 1$.

Câu 2: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $x - y^5$.

- A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ B. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$
 C. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$ D. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.

Câu 3: Khai triển của nhị thức $(x - 2)^5$.

- A. $x^5 - 100x^4 + 400x^3 - 800x^2 + 800x - 32$. B. $5x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$.
 C. $x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$. D. $x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$.

Câu 4: Khai triển của nhị thức $3x + 4^5$ là

- A. $x^5 + 1620x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.
 B. $243x^5 + 405x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.
 C. $243x^5 - 1620x^4 + 4320x^3 - 5760x^2 + 3840x - 1024$.
 D. $243x^5 + 1620x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.

Câu 5: Khai triển của nhị thức $1 - 2x^5$ là

- A. $5 - 10x + 40x^2 - 80x^3 - 80x^4 - 32x^5$. B. $1 + 10x + 40x^2 - 80x^3 - 80x^4 - 32x^5$.
 C. $1 - 10x + 40x^2 - 80x^3 - 80x^4 - 32x^5$. D. $1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$.

Câu 6: Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

- A. $1 - 2x^5$. B. $1 + 2x^5$. C. $2x - 1^5$. D. $x - 1^5$.

Câu 7: Khai triển nhị thức $2x + y^5$. Ta được kết quả là

- A. $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
 B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
 C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
 D. $32x^5 + 10000x^4y + 80000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Câu 8: Đa thức $P(x) = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

- A.** $x - y^5$. **B.** $x + y^5$. **C.** $2x - y^5$. **D.** $x - 2y^5$.

Câu 9: Khai triển của nhị thức $\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ là

- A.** $x^5 + 5x^3 + 10x + \frac{10}{x} + \frac{5}{x^3} + \frac{1}{x^5}$. **B.** $x^5 - 5x^3 + 10x - \frac{10}{x} + \frac{5}{x^3} - \frac{1}{x^5}$.
C. $5x^5 - 10x^3 + 10x - \frac{10}{x} + \frac{5}{x^3} - \frac{1}{x^5}$. **D.** $5x^5 + 10x^3 + 10x + \frac{10}{x} + \frac{5}{x^3} + \frac{1}{x^5}$.

Câu 10: Khai triển của nhị thức $(xy + 2)^5$ là

- A.** $x^5y^5 + 10x^4y^4 + 40x^3y^3 + 80x^2y^2 + 80xy + 32$.
B. $5x^5y^5 + 10x^4y^4 + 40x^3y^3 + 80x^2y^2 + 80xy + 32$.
C. $x^5y^5 + 100x^4y^4 + 400x^3y^3 + 80x^2y^2 + 80xy + 32$.
D. $x^5y^5 - 10x^4y^4 + 40x^3y^3 - 80x^2y^2 + 80xy - 32$.

Dạng 3. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển của bậc 4 hay bậc 5:

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x - 1)^4$.

Câu 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2 + 3x)^5$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x - 2)^4$.

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1 - 2x)^5$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Câu 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x} + 2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Câu 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Câu 9: (VD). Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

- Câu 10:** (VD). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.
- Câu 11:** (VD). Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n .
- Câu 12:** (VDC). Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$
- Câu 13:** (VDC). Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$
- Câu 14:** (VDC) Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3+x-x^2)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 15:** Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.
- A. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$. B. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 - y^4$.
 C. $x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$. D. $x^4 - 4x^3y - 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$.
- Câu 16:** Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?
- A. $(1-2x)^5$. B. $(1+2x)^5$. C. $(2x-1)^5$. D. $(x-1)^5$.
- Câu 17:** Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:
- A. -80 . B. 80 . C. -10 . D. 10 .
- Câu 18:** Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.
- A. 160 . B. 80 . C. 20 . D. 40 .
- Câu 19:** Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:
- A. $C_4^2x^2y^2$. B. $6(3x)^2(2y)^2$. C. $6C_4^2x^2y^2$. D. $36C_4^2x^2y^2$.
- Câu 20:** Biết $(1+\sqrt[3]{2})^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính (a_1a_2)
- A. $a_1a_2 = 24$. B. $a_1a_2 = 8$. C. $a_1a_2 = 54$. D. $a_1a_2 = 36$.
- Câu 21:** Số hạng chứa \sqrt{x} trong khai triển $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^4$, $x > 0$ là số hạng thứ mấy?
- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 22:** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$.

Câu 23: Cho a là một số thực bất kì. Rút gọn

$$M = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3(1-a) + C_4^2 a^2(1-a)^2 + C_4^3 a(1-a)^3 + C_4^4 (1-a)^4.$$

- A. $M = a^4$. B. $M = a$. C. $M = 1$. D. $M = -1$.

Câu 24: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

- A. 80. B. -80. C. 40. D. -40.

Câu 25: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

- A. 7203. B. 1875. C. 1296. D. 6561.

Câu 26: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

- A. 20. B. 6. C. 7. D. 15.

Câu 27: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

- A. 34. B. 24. C. 6. D. 12.

Câu 28: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển: $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

- A. 34. B. 24. C. 6. D. 12.

Câu 29: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$.

Biết: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$.

- A. 3093. B. -3157. C. 3157. D. -3093.

Câu 30: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = (x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

- A. $n = 11$. B. $n = 5$. C. $n = 12$. D. $n = 10$

Câu 31: Cho khai triển: $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

- A. 160. B. 80. C. 60. D. 105.

Dạng 4. Tính tổng của các tổ hợp C_n^k ($k \leq n \leq 5; k, n \in \mathbb{N}$) và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: (NB) Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Câu 2: (NB) Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^5$.

Câu 3: (NB) Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + \dots + 2^6.C_6^6$.

- Câu 4:** (NB) Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - \dots - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.
- Câu 5:** (TH) Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.
- Câu 6:** (TH) Cho đa thức $P(x) = (1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.
- Câu 7:** (TH) Tính tổng sau $S = C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 2^2.C_{20}^3 + \dots + 2^{19}C_{20}^{20}$.
- Câu 8:** (TH) Tính tổng sau $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \dots + C_{20}^{20}$.
- Câu 9:** Tính tổng: $S = C_{2019}^1 \cdot 3^{2018} \cdot 2 - C_{2019}^2 \cdot 3^{2017} \cdot 2^2 + C_{2019}^3 \cdot 3^{2016} \cdot 2^3 - \dots - C_{2019}^{2018} \cdot 3^1 \cdot 2^{2018} + C_{2019}^{2019} \cdot 2^{2019}$
- Câu 10:** Tính tổng: $S = C_{2021}^0 \cdot 4^{2021} - C_{2021}^1 \cdot 4^{2010} \cdot 2 + C_{2021}^2 \cdot 4^{2019} \cdot 2^2 - C_{2021}^3 \cdot 4^{2018} \cdot 2^3 - \dots + C_{2021}^{2020} \cdot 4^1 \cdot 2^{2020}$
- Câu 11:** Cho $n \in \mathbb{N}^*$, tính tổng $S = 2^7 C_{2n}^0 - 2^8 C_{2n}^1 + 2^9 C_{2n}^2 - 2^{10} C_{2n}^3 + \dots - 2^{2n+6} C_{2n}^{2n-1} + 2^{2n+7} C_{2n}^{2n}$.
- Câu 12:** Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}$
- Câu 13:** Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S = 3C_n^0 + 7C_n^1 + 11C_n^2 + \dots + (4n+3)C_n^n$ theo n .
- Câu 14:** Rút gọn biểu thức $S = \frac{1}{1.0!.2019!} + \frac{1}{2.1!.2018!} + \frac{1}{3.2!.2017!} + \dots + \frac{1}{2020.2019!.0!}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** (NB) Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^3 + C_n^4 + \dots + C_n^n$ bằng
 A. 2^{n+1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 0
- Câu 2:** (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots$ bằng
 A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. $2^n - 1$.
- Câu 3:** (NB) Tổng $T = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n$ bằng
 A. 2^{n+1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 0.
- Câu 4:** (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots$ bằng
 A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. $2^n - 1$.
- Câu 5:** (NB) Biểu thức $P = C_n^k + C_n^{k+1}$ bằng
 A. C_{n+1}^{k+1} B. C_{n+1}^k C. C_{n+1}^k D. C_n^k .
- Câu 6:** (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng
 A. 16 B. 24. C. 18. D. 17.
- Câu 7:** (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 8(n+2)$.
 A. 14 B. 13 C. 16 D. 15
- Câu 8:** (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 4095$. Giá trị của n bằng
 A. 14 B. 16 C. 13 D. 12
- Câu 9:** (TH) Tổng $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2k} + \dots + C_{2n}^{2n}$ bằng
 A. 2^{n-1} B. 2^{2n-1} C. $2^{2n} - 1$ D. 2^{2n}
- Câu 10:** (TH) Cho $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + \dots + C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T = 2^n$ thì n bằng
 A. 2023 B. 2022 C. 2021 D. 2020

- Câu 11:** Tính tổng $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ ta được kết quả là:
A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}
- Câu 12:** Tính tổng $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$ ta được kết quả là:
A. 0 **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}
- Câu 13:** Tính tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:
A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}
- Câu 14:** Xét khai triển $(1 + 2x + x^2)^{20} = a_0 + a_1x + \dots + a_{40}x^{40}$. Tổng $S = a_0 + a_1 + \dots + a_{40}$ là:
A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}
- Câu 15:** Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$ ta được kết quả là:
A. C_{2n}^n **B.** C_{2n}^{2n-2} **C.** 2^{2n+1} **D.** 2^{2n}
- Câu 16:** Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0 + (n-1).2^{n-2}.3.C_n^1 + (n-2).2^{n-3}.3^2.C_n^2 + \dots + 3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:
A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}
- Câu 17:** Tính tổng $C_n^1 + 2\frac{C_n^2}{C_n^1} + 3\frac{C_n^3}{C_n^2} + \dots + n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:
A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$ **D.** $\frac{n(n+1)}{2}$

Dạng 5. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(x + \Delta x)^4$, $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng và ứng dụng (nếu có).

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 18:** Viết khai triển lũy thừa $(x + \Delta x)^5$
- Câu 19:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x + \Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(6,01)^4$
- Câu 20:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x + \Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(2022,02)^5$
- Câu 21:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x + \Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(4,98)^5$
- Câu 22:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x + \Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(1999,99)^4$
- Câu 23:** Tìm giá trị gần đúng của x , biết $(9 + x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9 + x)^5$.

- Câu 24:** Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2% / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – ton, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng
- Câu 25:** Một người có T_0 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2% / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n năm được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một năm. Sau 4 năm người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi số tiền 386400000 đồng khi dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – ton. Tính gần đúng số tiền người đó đã gửi lúc đầu.
- Câu 26:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x + \Delta x)^n$ để so sánh $(3,01)^4$ và $(2,1)^5$.
- Câu 27:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(2 - 3x)^4$ để ước lượng giá trị gần đúng của x (làm tròn sau dấu phẩy hai chữ số), biết $(2 - 3x)^4 \approx 12,8$.
- Câu 28:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $T = (\sqrt{1-a} - 2)^5$ để ước lượng giá trị gần đúng của T theo a .
- Câu 29:** Một người có 100 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6,8% / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – ton, tính số tiền người đó thu được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 năm.
- Câu 30:** Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a + b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người?
- Câu 31:** Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7% / năm và 5% / năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – ton, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$. Tìm số đó?
A. 1,04. **B.** 1,0406. **C.** 1,040604. **D.** 1.04060401.
- Câu 2:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?
A. 32.808. **B.** 32,80804. **C.** 32,8. **D.** 32,8080401.
- Câu 3:** Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?
A. 1,08. **B.** 1.0824. **C.** 1,08243. **D.** 1,082432.
- Câu 4:** Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?
A. 34,473. **B.** 34,47. **C.** 34,47308. **D.** 34,473088.

- Câu 5:** Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?
A. 1,15. **B.** 1,1592. **C.** 1,159274. **D.** 1,15927407.
- Câu 6:** Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?
A. 256,2560963. **B.** 256,25. **C.** 256,256. **D.** 256,256096.
- Câu 7:** Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?
A. 32,02. **B.** 32,024. **C.** 32,0240072. **D.** 32,024007.
- Câu 8:** Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x + \Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?
A. 1024,25. **B.** 1024,256026. **C.** 1024,25602. **D.** 1024,256.
- Câu 9:** Tính giá trị của $H = C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - \dots + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15}$
A. -3^{15} . **B.** 3^{15} . **C.** 1. **D.** -1 .
- Câu 10:** Tính giá trị của $K = 3^{20}C_{20}^0 - 3^{19} \cdot 4 \cdot C_{20}^1 + 3^{18} \cdot 4^2 \cdot C_{20}^2 - \dots - 3 \cdot 4^{19} \cdot C_{20}^{19} + 4^{20} \cdot C_{20}^{20}$.
A. 7^{20} . **B.** -7^{20} . **C.** -1 . **D.** 1
- Câu 11:** Trong khai triển biểu thức $F = (\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là
A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20
- Câu 12:** Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kỳ thì sau N kỳ, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1 + 0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kỳ hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?
A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.
- Câu 13:** Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1 + r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1 + 0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?
A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người.
C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.