CHƯƠNG II

DÃY SỐ
CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ

1. ĐỊNH NGHĨA DÃY SỐ

Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn.

Kí hiệu:

$$u:\mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$$
$$n \mapsto u(n).$$

Người ta thường viết dãy số dưới dạng khai triển

$u_1,\ u_2,\ u_3,\ ...,\ u_n,\ ...,$

trong đó $u_n = u\ n$ hoặc viết tắt là u_n, và gọi u_1 là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý: Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì u_n là dãy số không đổi.

Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = 1,2,3,...,m$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

Dạng khai triển của nó là $u_1,\ u_2,\ u_3,\ ...,\ u_n,$ trong đó u_1 là số hạng đầu, u_m là số hạng cuối.

2. CÁC CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

a) Dãy số cho bằng liệt kê các số hạng

b) Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát

c) Dãy số cho bằng phương pháp mô tả

d) Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi

Cách cho một dãy số bằng phương pháp truy hồi, tức là:

Cho số hạng đầu.

Cho hệ thức truy hồi, tức là hệ thức biểu thị số hạng thứ n qua số hạng đứng trước nó.

3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM VÀ DÃY SỐ BỊ CHẶN

Dãy số u_n được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số u_n được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Chú ý: Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm. Chẳng hạn, dãy số u_n với $u_n = -3^n$ tức là dãy $-3, 9, -27, 81, \ldots$ không tăng cũng không giảm.

Dãy số u_n được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho

$$\boxed{u_n \le M,\ \forall n \in \mathbb{N}}^*.$$

Dãy số u_n được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho

$$\boxed{u_n \ge m,\ \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Dãy số u_n được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho

$$\boxed{m \le u_n \le M,\ \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Lưu y: + Dãy tăng sẽ bị chặn dưới bởi u_1

+ Dãy giảm sẽ bị chặn trên bởi u_1

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Bài toán 1: Cho dãy số (u_n): $u_n = f(n)$. Hãy tìm số hạng u_k.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Thay trực tiếp $n = k$ vào u_n.

MTCT: Dùng chức năng CALC:

Nhập: $f(x)$

Bấm r nhập $\text{X} = k$

Bấm $=$ $\rightarrow$ Kết quả

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$. Tìm số hạng u_6.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2;u_3;...;u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2, thế u_2 vào u_3, …, thế u_{k-1} vào u_{k+1}.

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- *Nhập giá trị của số hạng* u_1: $a =$

- *Nhập biểu thức của* $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$

- Lặp dấu $=$ lần thứ $k-1$ cho ra giá trị của số hạng u_k.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10}.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50}.

Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_3;u_4;...;u_k$ bằng cách thế u_1,u_2 vào u_3; thế u_2,u_3 vào u_4; …; thế u_{k-2},u_{k-1} vào u_k.

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập $\mathrm{C} = c.\mathrm{B} + d.\mathrm{A} + e : \mathrm{A} = \mathrm{B} : \mathrm{B} = \mathrm{C}$

- Bấm r nhập $\mathrm{B} = b$, ấn =, nhập $\mathrm{A} = a$ ấn $=$

- Lặp dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ $k-2$ giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng u_k.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8.

Bài toán 4: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$. Trong đó $f(\{n, u_n\})$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n. Hãy tìm số hạng u_k.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2; u_3; ...; u_k$ bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2; thế $\{2, u_2\}$ vào u_3; …; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k.

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- *Sử dụng 3 ô nhớ:* $\boxed{\text{A}}$: *chứa giá trị của n*

$\boxed{\text{B}}$: *chứa giá trị của u_n*

$\boxed{\text{C}}$: *chứa giá trị của u_{n+1}*

- *Lập công thức tính u_{n+1} thực hiện gán* $\boxed{\text{A}}$: = $\boxed{\text{A}}$ + 1 *và* $\boxed{\text{B}}$:= $\boxed{\text{C}}$ *để tính số hạng tiếp theo của dãy*

- *Lặp phím* dấu $\boxed{=}$ *cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ* $k-1$ *thì đó là giá trị của số hạng* u_k.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11}.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50}.

DẠNG 2: XÉT TÍNH TĂNG, GIẢM CỦA DÃY SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$

- Nếu $u_{n+1} - u_n > 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $u_{n+1} - u_n < 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 2 : Khi $u_n > 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta xét tỉ số $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

 Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.

 Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 3 : Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh $u_{n+1} > u_n \ \forall n \in \mathbb{N}^*$

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số**

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ tăng khi $a > 0$ và giảm khi $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$

 Không tăng, không giảm khi $q < 0$

 Giảm khi $0 < q < 1$

 Tăng khi $q > 1$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ với điều kiện $\text{cn} + \text{d} > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$

 Tăng khi $ad - bc > 0$

 Giảm khi $ad - bc < 0$

Dãy số đan dấu cũng là dãy số không tăng, không giảm

Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $\left(q^n.u_n\right)$ không tăng, không giảm

Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$ tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$; giảm nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$ và không tăng không giảm nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ tăng nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ và giảm nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ không tăng không giảm nếu $ad - bc < 0$

Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow \\ (v_n) \uparrow \end{cases}$ thì dãy số $\left(u_n + v_n\right) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow \\ (v_n) \downarrow \end{cases}$ thì dãy số $\left(u_n + v_n\right) \downarrow$

Nếu $\begin{cases}(u_n)\uparrow; u_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n)\uparrow; v_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*\end{cases}$ thì dãy số $(u_n.v_n)\uparrow$	Nếu $\begin{cases}(u_n)\downarrow; u_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n)\downarrow; v_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*\end{cases}$ thì dãy số $(u_n.v_n)\downarrow$
Nếu $(u_n)\uparrow$ và $u_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\sqrt{u_n}\right)\uparrow$ và dãy số $\left((u_n)^m\right)\uparrow \forall m \in \mathbb{N}^*$	Nếu $(u_n)\downarrow$ và $u_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\sqrt{u_n}\right)\downarrow$ và dãy số $\left((u_n)^m\right)\downarrow \forall m \in \mathbb{N}^*$
Nếu $(u_n)\uparrow$ và $u_n > 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\dfrac{1}{u_n}\right)\downarrow$	Nếu $(u_n)\downarrow$ và $u_n > 0\ \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\dfrac{1}{u_n}\right)\uparrow$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$.

Câu 9: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{n+5}{n+2}$.

Câu 10: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{5^n}{n^2}$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) biết $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \dfrac{3u_{n-1}+1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$.

DẠNG 3: XÉT TÍNH BỊ CHẶN CỦA DÃY SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp 1: Chứng minh trực tiếp bằng các phương pháp chứng minh bất đẳng thức

Cách 1: Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.

Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức $u_n = f(n) \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ hoặc $u_n = f(n) \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 2: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_k + \ldots + v_n$

Ta làm trội $v_k \leq a_k - a_{k+1}$

Lúc đó $u_n \leq (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \ldots (a_n - a_{n+1})$

Suy ra $u_n \leq a_1 - a_{n+1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 3: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1.v_2v_3\ldots v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta làm trội $v_k \leq \dfrac{a_{k+1}}{a_k}$

Lúc đó $u_n \leq \dfrac{a_2}{a_1}.\dfrac{a_3}{a_2}\ldots\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$

Suy ra $u_n \le \dfrac{a_{n+1}}{a_1} \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp 2: Dự đoán và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh

Chú ý: ***Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới***

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số bị chặn**

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n \quad \left(|q| \le 1\right)$ bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n \quad \left(q < -1\right)$ không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + ... + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n\left(a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + ... + a_1 n + a_0\right)$ với $a_m \ne 0$ và $q < -1$ không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + ... + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[3]{a_m n^m + a_{m-1}n^{m-1} + ... + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$

Dãy số (u_n) có $u_n = \dfrac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{-1}{2n+3}$.

Câu 13: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{4n+5}{n+1}$.

Câu 14: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$.

Câu 15: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

DẠNG 4: TÍNH TỔNG CỦA DÃY SỐ

Dạng 4.1: Tính tổng của dãy số cách đều

1 PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + ... + a_n$. Trong đó: $a_n = a_{n-1} + d$

- Tự luận:

Ta có: $2S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + ... + (a_n + a_1) = n(a_1 + a_n)$

Từ đó suy ra: $S = \frac{\text{n}.(a_1 + a_n)}{2}$

- Trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh:

+ Số hạng tổng quát của dãy số cách đều là: $u_n = u_1 + (n-1)d$ với d là khoảng cách giữa 2 số hạng

+ Số số hạng =: + 1

+ Tổng = •: 2

- Casio

<u>Bước 1:</u> Từ công thức của tổng tìm số hạng tổng quát của tổng và số số hạng.

<u>Bước 2:</u> Sử dụng công cụ tính: $\sum$ y nhập số hạng tổng quát của dãy số y nhập x chạy từ 1 tới $n =$ số số hạng y =.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 16: Tính $S = 1 + 3 + 5 + ... + 4001$?

Câu 17: Cho tổng $S(n) = 2 + 4 + 6 + ... + 2n$. Khi đó S_{30} bằng?

Câu 18: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 150$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với mọi $n \geq 2$ Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên là:

Dạng 4.2: Tính tổng của dãy số bằng phương pháp khử liên tiếp

1 PHƯƠNG PHÁP.

Giả sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + ... + a_n$.

- Tự luận:

Bước 1: Ta tìm cách tách: $a_1 = b_1 - b_2$; $a_2 = b_2 - b_3$;.

Bước 2: Rút gọn: $S = b_1 - b_2 + b_2 - b_3 + ... + b_n - b_{n+1} = b_1 - b_{n+1}$

- Trắc nghiệm:

+ Một số công thức tách thường sử dụng:

• $\frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a}$ • $\frac{2a}{n(n+a)(n+2a)} = \frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+2a)}$

• $\frac{2na + a^2}{n^2(n+a)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+a)^2}$ • $n.n! = (n+1)! - n!$

+ Nhận định kết quả của tổng là: $S = b_1 - b_{n+1}$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 19: Tính tổng sau: $S = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + ... + \frac{2}{97.99}$

Câu 20: Cho tổng $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + ... + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó công thức của S_n là:

Câu 21: Cho tổng $S_n = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + ... + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$. Tính S_{10}

Dạng 4.3: Tính tổng bằng cách chuyển về phương trình có ẩn là tổng cần tính

1 PHƯƠNG PHÁP.

Giả sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + ... + a_n$.

- Tự luận:

Sơ đồ giải: Từ công thức của tổng S ta chuyển về phương trình chứa ẩn S Giải pt S

- Trắc nghiệm:

Tổng có dạng: $S = u_1 + u_1 a + u_1 a^2 + ... + u_1 a^n \Rightarrow S = \frac{u_1\left(a^{n+1} - 1\right)}{a - 1}$ với $a \neq 1$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 22: Tính tổng: $S=1+3+3^2+...+3^{50}$?

Câu 23: Tính tổng $S=4.5^{100}.\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+...+\frac{1}{5^{100}}\right)+1$?

Câu 24: Tính tổng: $S=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{8}\right)+...+\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$. Tính S_{10}

Dạng 4.4: Tính tổng bằng cách đưa về các tổng đã biết

1 PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S_n=a_1+a_2+...+a_n$.

- Tự luận:

Tìm cách tách: $S_n=S_1+S_2+S_3+...$. Trong đó: $S_1;S_2;S_3...$đã biết công thức tính tổng.

- Trắc nghiệm:

Ta có thể dùng phương pháp thử giá trị n vào các đáp án để loại trừ và chọn ra đáp án đúng.

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 25: Tính: $S_n=1.3+2.5+3.7+...+n(2n+1)$. Biết rằng:

$$\sum_{i=1}^{n} i=1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2};\ \sum_{i=1}^{n} i^2=1+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Câu 26: Cho: $S_n=1.2+3.4+5.6+...+(2n-1).2n$. Tính S_{100} biết rằng:

$$\sum_{i=1}^{n} 2i=2+4+6+...+2n=n(n+1);\ \sum_{i=1}^{n} i^2=1+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Câu 27: Cho tổng: $S_n=1.4+2.7+3.10+...+n.(3n+1)$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Biết: $S_k=294$. Giá trị của k là:

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH CÔNG THỨC SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA DÃY SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

 Nếu (u_n) có dạng $u_n=a_1+a_2+...+a_n$ thì biến đổi a_k thành hiệu của hai số hạng, dựa vào đó thu gọn u_n .

 Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi, tính vài số hạng đầu của dãy số, từ đó dự đoán công thức tính u_n theo n, rồi chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp. Ngoài ra cũng có thể tính hiệu $u_{n+1} - u_n$ dựa vào đó để tìm công thức tính (u_n) theo n.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 28: Cho dãy số (a_n) có $a_k = \dfrac{1}{k(k+1)}$. Đặt $u_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$. Xác định công thức tính (u_n) theo n.

Câu 29: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

Câu 30: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$