

# QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

## BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN



### I LÝ THUYẾT.

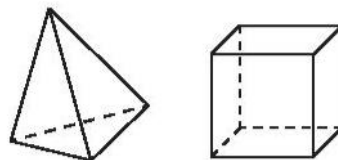
#### 1. KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

- Điểm  $A$  **thuộc mặt phẳng**  $(P)$ , kí hiệu  $A \in (P)$ .
  - Điểm  $B$  **không thuộc mặt phẳng**  $(P)$ , kí hiệu  $B \notin (P)$ .
- Nếu  $A \in (P)$  ta còn nói  $A$  nằm trên  $(P)$ , hoặc  $(P)$  chứa  $A$ , hoặc  $(P)$  đi qua  $A$ .

**Chú ý.** Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương

#### 2. CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN.

**Tính chất 1:** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

**Tính chất 2:** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

**Tính chất 3:** Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

**Tính chất 4:** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

**Tính chất 5:** Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

**Vậy thì:** Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

**Tính chất 6:** Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

#### 3. CÁCH XÁC ĐỊNH MẶT PHẲNG.

**Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:**

- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.

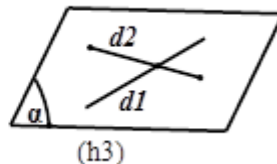
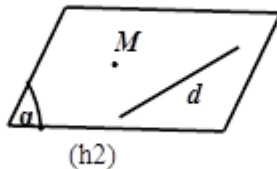
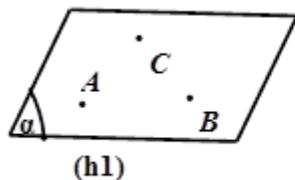
- Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

**Các kí hiệu:**

-  $(ABC)$  là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng  $A, B, C$

-  $(M, d)$  là kí hiệu mặt phẳng đi qua  $d$  và điểm  $M \notin d$

-  $(d_1, d_2)$  là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau  $d_1, d_2$



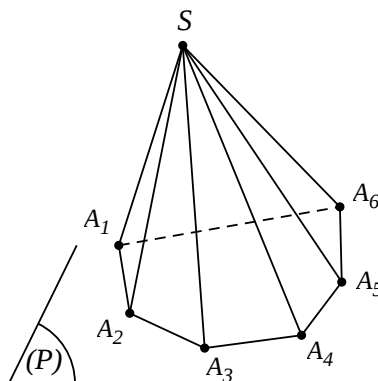
## 4. HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN.

### 3.1. Hình chóp.

Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  cho đa giác lồi  $A_1A_2...A_n$ . Lấy điểm  $S$  nằm ngoài  $(\alpha)$ .

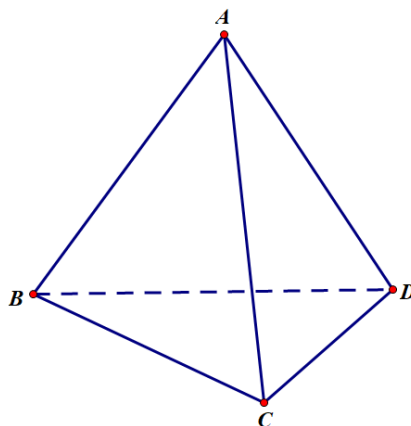
Lần lượt nối  $S$  với các đỉnh  $A_1, A_2, ..., A_n$  ta được  $n$  tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ . Hình gồm đa giác  $A_1A_2...A_n$  và  $n$  tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$  được gọi là hình chóp, kí hiệu là  $S.A_1A_2...A_n$ .

Ta gọi  $S$  là đỉnh, đa giác  $A_1A_2...A_n$  là đáy, các đoạn  $SA_1, SA_2, ..., SA_n$  là các cạnh bên,  $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1$  là các cạnh đáy, các tam giác  $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$  là các mặt bên...



### 3.2. Hình Tứ diện

Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác  $ABC, ABD, ACD$  và  $(BCD)$  được gọi là tứ diện  $ABCD$ .

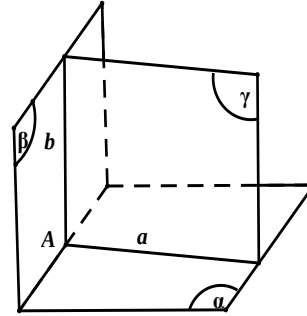


## II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

### DẠNG 1: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẶNG.

#### 1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.



**u ý:** Điểm chung của hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  thường được tìm như sau:  
 a) hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt thuộc  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ ,  
 đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng  $(\gamma)$   
 nào đó; giao điểm  $M = a \cap b$  là điểm chung của  
 $(\alpha)$  và  $(\beta)$

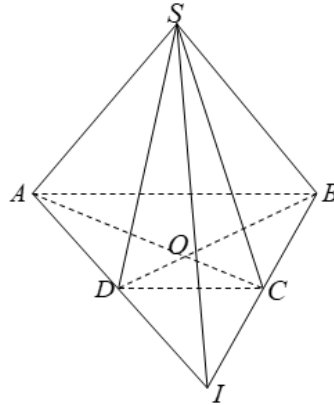
#### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:  
 a)  $(SAC)$  và  $(SBD)$ . b)  $(SAC)$  và  $(MBD)$ .  
 c)  $(MBC)$  và  $(SAD)$ . d)  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .
- Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC \cap BD = M$  và  $AB \cap CD = N$ . Tìm giao tuyến của mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .
- Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$ .
- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SD$ ,  $J$  là điểm trên  $SC$  và không trùng trung điểm  $SC$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(AIJ)$ .
- Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BC$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SMN)$  và  $(SAC)$ .



### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

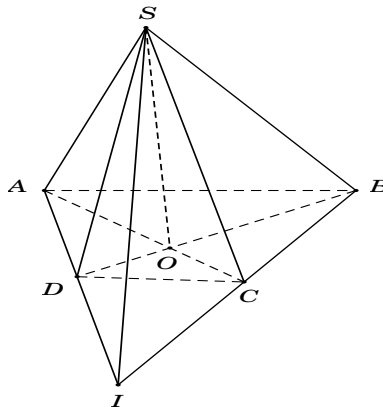
**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC \cap BD = M$  và  $AB \cap CD = I$ .



Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAB)$  và mặt phẳng  $(SCD)$  là đường thẳng:

- A.  $SI$                       B.  $SA$                       C.  $MN$                       D.  $SM$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ).



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chóp  $S.ABCD$  có 4 mặt bên.  
 B. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là  $SO$  ( $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ).  
 C. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là  $SI$  ( $I$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ ).  
 D. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  là đường trung bình của  $ABCD$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là:

- A.  $AM$  ( $M$  là trung điểm của  $AB$ ).  
 B.  $AN$  ( $N$  là trung điểm của  $CD$ ).  
 C.  $AH$  ( $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $CD$ ).  
 D.  $AK$  ( $K$  là hình chiếu của  $C$  trên  $BD$ ).

- Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A.  $IJCD$  là hình thang.  
 B.  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .  
 C.  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ .  
 D.  $(IAC) \cap (JBD) = AO$ ,  $O$  là tâm hình bình hành  $ABCD$ .
- Câu 10:** Cho điểm  $A$  không nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa tam giác  $BCD$ . Lấy  $E, F$  là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC$ . Khi  $EF$  và  $BC$  cắt nhau tại  $I$ , thì  $I$  không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?
- A.  $(BCD)$  và  $(DEF)$ . B.  $(BCD)$  và  $(ABC)$ .  
 C.  $(BCD)$  và  $(AEF)$ . D.  $(BCD)$  và  $(ABD)$ .
- Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABN)$  là:
- A. đường thẳng  $MN$ .  
 B. đường thẳng  $AM$ .  
 C. đường thẳng  $BG$  ( $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ ).  
 D. đường thẳng  $AH$  ( $H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ ).

**DẠNG 2: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG**



**PHƯƠNG PHÁP.**

Để tìm giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$  ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

**Trường hợp 1.** Nếu trong  $(P)$  có sẵn một đường thẳng  $d'$  cắt  $d$  tại  $M$ , khi đó

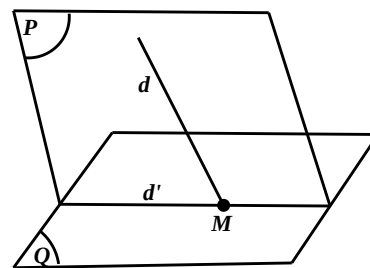
$$\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P)$$

**Trường hợp 2.** Nếu trong  $(P)$  chưa có sẵn  $d'$  cắt  $d$  thì ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn một mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $d$

Bước 2: Tìm giao tuyến  $\Delta = (P) \cap (Q)$

Bước 3: Trong  $(Q)$  gọi  $M = d \cap \Delta$  thì  $M$  chính là giao điểm của  $d \cap (P)$ .





## BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 12:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Trên đoạn  $BD$  lấy điểm  $P$  sao cho  $BP = 2PD$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $CD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ .
- Câu 13:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  giao nhau tại  $O$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ . Trên đoạn  $SC$  lấy một điểm  $M$  không trùng với  $S$  và  $C$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABM)$ .
- Câu 14:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  có các cạnh đối diện không song song với nhau và  $M$  là một điểm trên cạnh  $SA$ .
- Tìm giao điểm của đường thẳng  $SB$  với mặt phẳng  $(MCD)$ .
  - Tìm giao điểm của đường thẳng  $MC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .
- Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .
- Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SC$ . Điểm  $N$  thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của cạnh  $SD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính tỷ số  $\frac{SQ}{SD}$ .



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 17:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ;  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao điểm của đường thẳng  $EG$  và mặt phẳng  $(ACD)$  là
- điểm  $F$ .
  - giao điểm của đường thẳng  $EG$  và  $AF$ .
  - giao điểm của đường thẳng  $EG$  và  $AC$ .
  - giao điểm của đường thẳng  $EG$  và  $CD$ .
- Câu 18:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  có các cạnh đối diện không song song với nhau và  $M$  là một điểm trên cạnh  $SA$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SB$  với mặt phẳng  $(MCD)$ .
- Điểm  $H$ , trong đó  $E = AB \cap CD, H = SA \cap EM$
  - Điểm  $N$ , trong đó  $E = AB \cap CD, N = SB \cap EM$
  - Điểm  $F$ , trong đó  $E = AB \cap CD, F = SC \cap EM$
  - Điểm  $T$ , trong đó  $E = AB \cap CD, T = SD \cap EM$
- Câu 19:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  có các cạnh đối diện không song song với nhau và  $M$  là một điểm trên cạnh  $SA$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $MC$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .
- Điểm  $H$ , trong đó  $I = AC \cap BD, H = MA \cap SI$
  - Điểm  $F$ , trong đó  $I = AC \cap BD, F = MD \cap SI$
  - Điểm  $K$ , trong đó  $I = AC \cap BD, K = MC \cap SI$
  - Điểm  $V$ , trong đó  $I = AC \cap BD, V = MB \cap SI$

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ .  $P$  là điểm nằm trên cạnh  $AB$  sao cho  $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của  $SC$  với mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính  $\frac{SQ}{SC}$ .

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$  với  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $SD$  thỏa mãn  $SM = \frac{1}{3}SD$ . Mặt phẳng  $(ABM)$  cắt cạnh bên  $SC$  tại điểm  $N$ .

Tính tỉ số  $\frac{SN}{SC}$ .

- A.  $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$                       B.  $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$                       C.  $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$                       D.  $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$

**Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  và  $OC$ . Gọi giao điểm của  $(MNP)$  với  $SA$  là  $K$ . Tỉ số  $\frac{KS}{KA}$  là:

- A.  $\frac{2}{5}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $SC$ .  $I$  là giao điểm của  $AN$  và  $(SBD)$ .  $J$  là giao điểm của  $MN$  với  $(SBD)$ . Khi đó tỉ số  $\frac{IB}{IJ}$  là:

- A. 4                      B. 3                      C.  $\frac{7}{2}$                       D.  $\frac{11}{3}$

### **DẠNG 3: BÀI TOÁN THIẾT DIỆN**



#### **PHƯƠNG PHÁP.**

Để xác định thiết diện của hình chóp  $S.A_1A_2...A_n$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ , ta tìm giao điểm của mặt phẳng  $(\alpha)$  với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của  $(\alpha)$  với hình chóp



#### **BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , có đáy là hình thang với  $AD$  là đáy lớn và  $P$  là một điểm trên cạnh  $SD$ .

- a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(PAB)$ .
- b) Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(MNP)$ .

- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $P$  là một điểm thuộc cạnh  $BC$  ( $P$  không là trung điểm của  $BC$ ). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng  $(MNP)$ .
- Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ ,  $G$  là điểm nằm trong tam giác  $SCD$ .  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $EFG$ .
- Câu 27:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  ( $a > 0$ ). Các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?



### **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

- Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $AC$ ,  $E$  là điểm trên cạnh  $CD$  với  $ED = 3EC$ . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(MNE)$  và tứ diện  $ABCD$  là:
- A. Tam giác  $MNE$ .  
 B. Tứ giác  $MNEF$  với  $F$  là điểm bất kì trên cạnh  $BD$ .  
 C. Hình bình hành  $MNEF$  với  $F$  là điểm trên cạnh  $BD$  mà  $EF \parallel BC$ .  
 D. Hình thang  $MNEF$  với  $F$  là điểm trên cạnh  $BD$  mà  $EF \parallel BC$ .
- Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $E$  là trung điểm của  $SA$ ,  $F, G$  lần lượt là các điểm thuộc cạnh  $BC, CD$  ( $CF < FB, GC < GD$ ). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(EFG)$  là:
- A. Tam giác.                      B. Tứ giác.                      C. Ngũ giác.                      D. Lục giác.
- Câu 30:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , có đáy là hình thang với  $AD$  là đáy lớn và  $P$  là một điểm trên cạnh  $SD$ . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(PAB)$  là hình gì?
- A. Tam giác                      B. Tứ giác                      C. Hình thang                      D. Hình bình hành
- Câu 31:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , có đáy là hình thang với  $AD$  là đáy lớn và  $P$  là một điểm trên cạnh  $SD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$ . Thiết diện của hình chóp cắt bởi  $(MNP)$  là hình gì?
- A. Ngũ giác                      B. Tứ giác                      C. Hình thang                      D. Hình bình hành
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I$  là trung điểm  $SA$ . Thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(IBC)$  là:
- A. Tam giác  $IBC$ .                      B. Hình thang  $IJCB$  ( $J$  là trung điểm  $SD$ ).  
 C. Hình thang  $IGBC$  ( $G$  là trung điểm  $SB$ ).                      D. Tứ giác  $IBCD$ .
- Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  là ba điểm trên các cạnh  $AD, CD, SO$ . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng  $(MNP)$  là hình gì?
- A. Ngũ giác                      B. Tứ giác                      C. Hình thang                      D. Hình bình hành

**Câu 34:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(GCD)$  cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

- A.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có độ dài các cạnh bằng  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC, BC$ ;  $P$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

- A.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

#### DẠNG 4: CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG – BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI

### 1 PHƯƠNG PHÁP.

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại.

### 2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 36:** Cho tứ diện  $SABC$ . Trên  $SA, SB$  và  $SC$  lấy các điểm  $D, E$  và  $F$  sao cho  $DE$  cắt  $AB$  tại  $I$ ,  $EF$  cắt  $BC$  tại  $J$ ,  $FD$  cắt  $CA$  tại  $K$ . Chứng minh rằng ba điểm  $I, J, K$  thẳng hàng.

**Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh bên  $SA, SB, SC, SD$  tung ứng tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Chứng minh rằng: Các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  đồng qui.

**Câu 38:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  cắt  $AD, BC$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ . Biết  $MP$  cắt  $NQ$  tại  $I$ . Chứng minh ba điểm  $I, B, D$  thẳng hàng.

**Câu 39:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh bên  $SA, SB, SC, SD$  tung ứng tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Chứng minh rằng các đường thẳng  $MP, NQ, SO$  đồng qui.

### 3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 40:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .      B.  $A, J, M$  thẳng hàng.  
C.  $J$  là trung điểm  $AM$ .      D.  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$   $AD // BC$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $AB$  và  $DC$ ,  $M$  là trung điểm  $SC$ .  $DM$  cắt mặt phẳng  $(SAB)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.**  $S, I, J$  thẳng hàng. **B.**  $DM \subset mp(SCI)$ .  
**C.**  $JM \subset mp(SAB)$ . **D.**  $SI = (SAB) \cap (SCD)$ .
- Câu 42:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BD$ . Các điểm  $G, H$  lần lượt trên cạnh  $AC, CD$  sao cho  $NH$  cắt  $MG$  tại  $I$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.**  $A, C, I$  thẳng hàng **B.**  $B, C, I$  thẳng hàng.  
**C.**  $N, G, H$  thẳng hàng. **D.**  $B, G, H$  thẳng hàng.
- Câu 43:** Cho tứ diện  $SABC$ . Trên  $SA, SB$  và  $SC$  lấy các điểm  $D, E$  và  $F$  sao cho  $DE$  cắt  $AB$  tại  $I$ ,  $EF$  cắt  $BC$  tại  $J$ ,  $FD$  cắt  $CA$  tại  $K$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.** Ba điểm  $B, J, K$  thẳng hàng **B.** Ba điểm  $I, J, K$  thẳng hàng  
**C.** Ba điểm  $I, J, K$  không thẳng hàng **D.** Ba điểm  $I, J, C$  thẳng hàng
- Câu 44:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  là các điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AB, AC, BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I$ ,  $EG$  cắt  $AD$  tại  $H$ . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?
- A.**  $CD, EF, EG$ . **B.**  $CD, IG, HF$ . **C.**  $AB, IG, HF$ . **D.**  $AC, IG, BD$ .