

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG



LÝ THUYẾT.

1. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

Cho đường thẳng d và mp (α) . Nếu d và (α) không có điểm chung thì ta nói **d song song với (α)** hay (α) song song với d . Kí hiệu là: $d // (\alpha)$, hay $(\alpha) // d$.

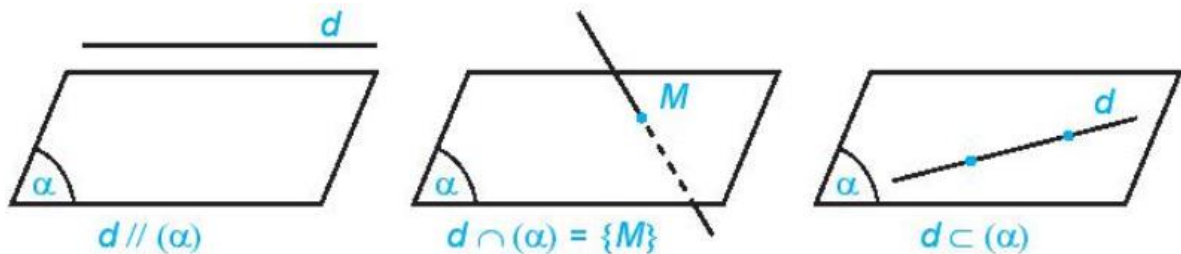
Ngoài ra:

- Nếu d và (α) có một điểm chung duy nhất M . Khi đó ta nói d và (α) cắt nhau tại M .

Kí hiệu là: $d \cap (\alpha) = \{M\}$, hay $d \cap (\alpha) = M$.

- Nếu d và (α) có nhiều hơn một điểm chung. Khi đó, d **nằm trong** (α) hay (α) chứa d .

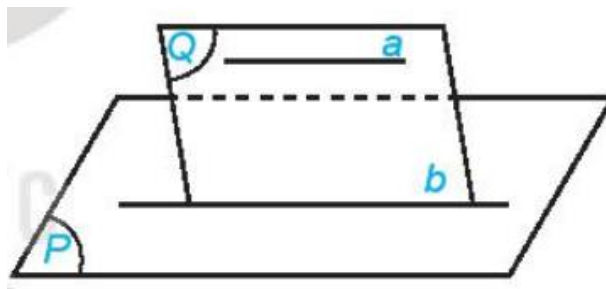
Kí hiệu $d \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$.



2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG.

Tính chất 1: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với một đường thẳng nằm trong (P) thì a song song với (P) .

$$\text{Kí hiệu: } \begin{cases} a // d \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a // (P)$$

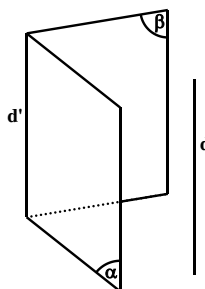


Tính chất 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a .

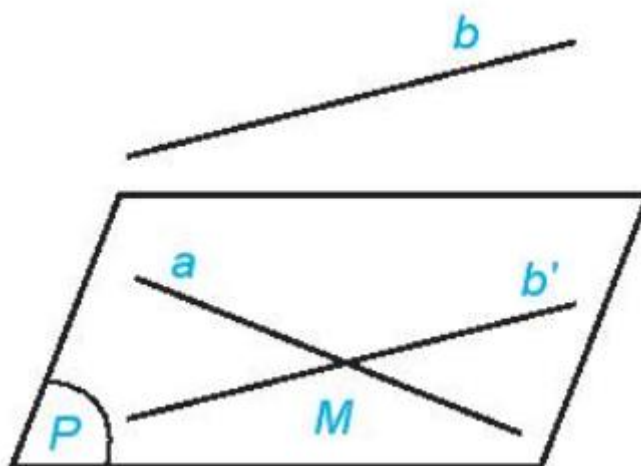
$$\text{Kí hiệu: } \begin{cases} a // (P) \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = b \end{cases} \Rightarrow a // b$$

Chú ý 1: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

$$\text{Kí hiệu: } \begin{cases} d // (\alpha) \\ d // (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d // d'$$



Chú ý 2: Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

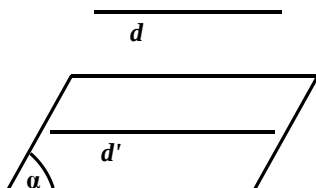


II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH, CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho $d \not\subset (\alpha)$, khi đó $\begin{cases} d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$



2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của $\triangle ABD$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.
- Câu 2:** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .
- Câu 3:** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 4:** Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Những khẳng định nào sau đây là đúng?
- (1) $MN \parallel (BCD)$. (2) $MN \parallel (ACD)$. (3) $MN \parallel (ABD)$.
- A.** Chỉ có (1) đúng. **B.** (2) và (3). **C.** (1) và (2). **D.** (1) và (3).
- Câu 5:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** $MN \parallel mp(ABCD)$. **B.** $MN \parallel mp(SAB)$. **C.** $MN \parallel mp(SCD)$. **D.** $MN \parallel mp(SBC)$.

- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là:
- A. MN nằm trên $mp(ABCD)$. B. MN cắt $mp(ABCD)$.
 C. MN song song $mp(ABCD)$. D. MN và $mp(ABCD)$ chéo nhau.
- Câu 7:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $MN // mp(ABCD)$. B. $MN // mp(SAB)$. C. $MN // mp(SCD)$. D. $MN // mp(SBC)$.
- Câu 8:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $MN // (BCD)$. B. $GQ // (BCD)$.
 C. MN cắt (BCD) . D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .
- Câu 9:** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $OO_1 // (BEC)$. B. $OO_1 // (AFD)$. C. $OO_1 // (EFM)$. D. MO_1 cắt (BEC) .
- Câu 10:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC, AC, BD . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?
- A. P, Q, R, S . B. P, M, N, Q C. M, N, P, R D. M, R, S, N
- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $MG // (BCD)$. B. $MG // (ACD)$. C. $MG // (ABD)$. D. $MG // (ABC)$.
- Câu 12:** Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Ax, By, Cz, Dt song song, cùng hướng nhau và không nằm trong $mp(ABCD)$. $mp(\alpha)$ song song với AB , và cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại A', B', C', D' . Biết O là tâm hình bình hành $ABCD$, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $A'B'C'D'$ là hình bình hành. B. $mp(AA'B'B) // C'D'$.
 C. $AA' = CC'$ và $BB' = DD'$. D. $OO' // AA'$.

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG.



PHƯƠNG PHÁP.

$$\text{Cách 1: } \begin{cases} (\alpha) // d \\ d \subset (\beta) \\ M \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = d', \text{ với } \begin{cases} d' // d \\ M \in d' \end{cases}$$

$$\text{Cách 2: } \begin{cases} (P) // a \\ (Q) // a \\ (P) \cap (Q) = d \end{cases} \Rightarrow d // a$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M, N tương ứng là AB, AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB, SC .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN = 2CN$.

a/ Chứng minh rằng: $OM // (SCD)$

b/ Xác định giao tuyến của (SCD) và (AMN) .

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

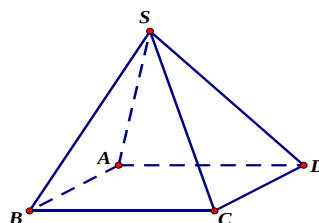
Câu 16: Cho đường thẳng a song song mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD // BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là.

- A.** Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
- B.** Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
- C.** Đường thẳng đi qua S và song song với AD .
- D.** Đường thẳng đi qua S và song song với AB .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) .



- A.** Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O đáy.
- B.** Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AC .
- C.** Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AD .
- D.** Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB .

- Câu 19:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .
 B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .
 C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .
 D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .
- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm ΔSAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là
- A. đường thẳng qua S và song song với AB . B. đường thẳng qua G và song song với DC .
 C. SC . D. đường thẳng qua G và cắt BC .
- Câu 21:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. d qua S và song song với BC . B. d qua S và song song với DC .
 C. d qua S và song song với AB . D. d qua S và song song với BD .
- Câu 22:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.
- A. qua I và song song với AB . B. qua J và song song với BD .
 C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác (SAB) . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là
- A. SC . B. đường thẳng qua S và song song với AB .
 C. đường thẳng qua G và song song với CD . D. đường thẳng qua G và cắt BC .
- Câu 24:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng
- A. qua M và song song với AB . B. Qua N và song song với BD .
 C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .

DẠNG 3: THIẾT DIỆN.



PHƯƠNG PHÁP.

Tìm đoạn giao tuyến tạo bởi mặt phẳng (α) và các mặt của chóp, lăng trụ

$\Rightarrow$ Đa giác tạo bởi tất cả các đoạn giao tuyến này chính là thiết diện cần tìm. Có 2 dạng:

+ mặt phẳng (α) đi qua một điểm song song với hai đường thẳng chéo nhau;

+ hoặc (α) chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

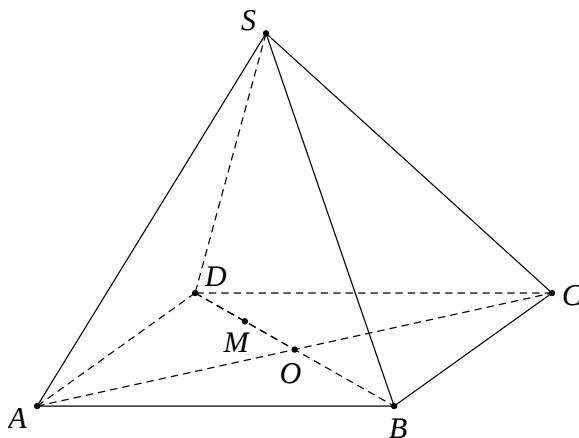
- Câu 25:** Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC . Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?
- Câu 26:** Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC . Một mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD . Thiết diện của (α) và hình tứ diện $ABCD$ là hình gì?



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 27:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $OI \parallel (SAD)$
 B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
 C. $OI \parallel (SAB)$
 D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .
- Câu 28:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?
- A. Thiết diện là hình vuông.
 B. Thiết diện là hình thang cân.
 C. Thiết diện là hình bình hành.
 D. Thiết diện là hình chữ nhật.
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A). $Mp \propto$ qua ba điểm M, B, C cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là:
- A. Tam giác.
 B. Hình thang.
 C. Hình bình hành.
 D. Hình chữ nhật.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là
- A. Hình bình hành.
 B. Hình thang.
 C. Hình chữ nhật.
 D. Hình vuông
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm thuộc cạnh SA . (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD . Thiết diện của (P) và hình chóp là
- A. Hình bình hành.
 B. Hình thang.
 C. Hình chữ nhật.
 D. Hình tam giác.
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB . Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là
- A. Hình thang.
 B. Hình bình hành.
 C. Hình tam giác.
 D. Tam giác đều.

- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác ABC , mp_α qua M và song song với AB và CD . Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi mp_α là:
- A. Tam giác. B. Hình chữ nhật. C. Hình vuông. D. Hình bình hành.
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB//CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $AB = \frac{1}{3}CD$. B. $AB = \frac{3}{2}CD$. C. $AB = 3CD$. D. $AB = \frac{2}{3}CD$
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.
 B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
 C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
 D. (P) không cắt hình chóp.
- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của DO , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì.



- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Lục giác. D. Tam giác.
- Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:
- A. $\frac{400}{9}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{16}{9}$.

- Câu 38:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB , CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng
- A. $\frac{31}{7}$. B. $\frac{18}{7}$. C. $\frac{24}{7}$. D. $\frac{15}{7}$.
- Câu 39:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm AB và CD . Giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD . Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.
- A. ab . B. $\frac{ab}{9}$. C. $2ab$. D. $\frac{2ab}{9}$.

DẠNG 4: CÂU HỎI LÝ THUYẾT.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 40:** Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 41:** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b$, $b \parallel (\alpha)$. Khi đó:
- A. $a \parallel (\alpha)$. B. $a \subset (\alpha)$.
C. a cắt (α) . D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.
- Câu 42:** Cho $d \parallel (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $d \parallel d'$. B. d cắt d' . C. d và d' chéo nhau. D. $d \equiv d'$.
- Câu 43:** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.
- Câu 44:** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$, $b \subset (\alpha)$. Khi đó:
- A. $a \parallel b$. B. a, b chéo nhau.
C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau. D. a, b cắt nhau.
- Câu 45:** Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

- Câu 46:** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** a và b không có điểm chung.
 - B.** a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
 - C.** a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
 - D.** a và b chéo nhau.
- Câu 47:** Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .
 - B.** Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .
 - C.** Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b .
 - D.** Các khẳng định A, B, C đều sai.
- Câu 48:** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.** Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
 - B.** Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
 - C.** Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b .
 - D.** Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .
- Câu 49:** Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?
- A.** Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .
 - B.** Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
 - C.** Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) .
 - D.** Vô số mặt phẳng (P) và (Q) .