



GIỚI HẠN HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI 16: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ



LÝ THUYẾT.

1. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM:

1.1 Cho khoảng $a; b$ chứa điểm x_0 . Ta nói rằng hàm số $f(x)$ xác định trên $a; b$ có thể trừ điểm x_0 có giới hạn là L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in a; b$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có: $f(x_n) \rightarrow L$. Ta kí hiệu:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ hay } f(x) \rightarrow L \text{ khi } x \rightarrow x_0.$$

1.2 Các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm.

a) Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M};$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in J \setminus \{x_0\}$, trong đó J là một khoảng nào đó chứa x_0 thì $L \geq 0$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}.$$

1.3 Các giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$

1.4 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$, $(x_0 \in R)$. Ta nói số L là giới hạn bên phải của hàm số $y = f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với mọi dãy số (x_n) bất kì thỏa mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

1.5 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0), (x_0 \in R)$. Ta nói số L là giới hạn bên trái của hàm số $y = f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với mọi dãy số (x_n) bất kì thỏa mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Chú ý:

$$a) \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L.$$

b) Các định lí về giới hạn của hàm số vẫn đúng khi thay $x \rightarrow x_0$ bởi $x \rightarrow x_0^-$ hoặc $x \rightarrow x_0^+$.

2. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC

2.1 Ta nói hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; +\infty)$ có giới hạn là L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với mọi dãy số $(x_n) : x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$ thì $f(x_n) \rightarrow L$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.

2.2 Ta nói hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty; b)$ có giới hạn là L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với mọi dãy số $(x_n) : x_n < b$ và $x_n \rightarrow -\infty$ thì $f(x_n) \rightarrow L$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$.

Các quy tắc:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c \text{ với } c \text{ là hằng số}$$

$$\text{Với } k \text{ nguyên dương, ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$$

3. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

3.1 Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn dần tới dương vô cực khi x dần tới x_0 nếu với mọi dãy số $(x_n) : x_n \rightarrow x_0$ thì $f(x_n) \rightarrow +\infty$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

3.2 Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn dần tới âm vô cực khi x dần tới x_0 kí hiệu:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \text{ nếu } \lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$$

3.3 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b), (x_0 \in R)$. Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên phải nếu với mọi dãy số (x_n) bất kì thỏa mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$.

3.4 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0), (x_0 \in R)$. Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên trái nếu với mọi dãy số (x_n) bất kì thỏa mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$.

3.5 Các giới hạn một bên $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự.

3.6 Một số giới hạn đặc biệt :

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \text{ nguyên dương}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty \text{ với } k \text{ lẻ}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \text{ chẵn}$$

Chú ý : Nguyên lí kẹp

Cho ba hàm số $f(x), g(x), h(x)$ xác định trên K chứa điểm x_0 . Nếu $g(x) \leq f(x) \leq h(x) \quad \forall x \in K$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = L$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

3.7 Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Quy tắc 1. Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty \vee \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$. Ta có:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)]$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc 2. Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty \vee \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty \vee \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$. Ta có:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)]$
L	$\pm\infty$	Túy ý	0
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$
	0	$-$	$-\infty$
$L < 0$	0	$+$	$-\infty$
	0	$-$	$+\infty$

Chú ý: Một vài giới hạn đặc biệt.

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} x_0 = x_0 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} C = C$ (C hằng số)

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty, & k = 2n \\ -\infty, & k = 2n + 1 \end{cases}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^k} = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{|x|} = +\infty$

4) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1. HÀM SỐ CÓ GIỚI HẠN HỮU HẠN TẠI x_0 KHÔNG CÓ DẠNG VÔ ĐỊNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$ là:

Câu 2: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ là:

Câu 3: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ là:

Câu 4: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^3}{(2x - 1)(x^4 - 3)}$ là:

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là:

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{9x^2 - x}{(2x - 1)(x^4 - 3)}}$ là:

Câu 7: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x^2 - 4} - \sqrt{3x - 2}}{x + 1}$ là:

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 8: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{-2x^2 + x + 3}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 9: $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + 2)$ có giá trị bằng

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. $+\infty$.

Câu 10: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 11: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + 3x - 5)$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. -5.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1}$ ta được kết quả là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 13: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$.

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 14: Với giá trị nào của tham số m thì $\lim_{x \rightarrow -1} (mx^2 + 3x - 2m) = 0$?

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Câu 15: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + 1}{x + 1} = 3$. Khi đó giá trị của a là

- A. 4. B. 0. C. -4. D. 3.

Câu 16: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} = a + b\sqrt{2}$. Tính $a + b$ được kết quả đúng bằng:

- A. 2. B. 1. C. 5. D. 0.

Câu 17: Tìm m để $A = 3$ với $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + m}{x + 2}$.

- A. 6. B. 14. C. 3. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 18: Tìm m để $A = \frac{1}{2}$ với $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x + m}{mx - 2}$.

- A. 3. B. 2. C. -10. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 19: Tìm m để $A = 7$ với $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x + m^2 - 1}{-x + 2}$.

- A. ± 2 . B. 2. C. -2. D. $\frac{10}{3}$.

DẠNG 2. DẠNG VÔ ĐỊNH $\frac{0}{0}$

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 20: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ là:

Câu 21: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1}$ là:

Câu 22: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} = a\sqrt{3}$. Tính a

Câu 23: Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng:

Câu 24: Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

Câu 25: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ bằng

Câu 26: Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

Câu 27: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Câu 28: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + \pi^{21})\sqrt[3]{1-2x} - \pi^{21}}{x}$ là:

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{4x+4} - 2}$ là:

Câu 30: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ là:

Câu 31: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$ bằng

Câu 32: $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

Câu 33: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2-x} - 1}$.

Câu 34: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

Câu 35: Cặp (a, b) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

Câu 36: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.

Câu 37: Cho a, b là số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

Câu 38: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x - 3}$.

Câu 39: Biết rằng $b > 0, a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Tìm a, b .

Câu 40: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b$ bằng:

Câu 41: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = 2$. Tính $M = a^2 + 2a$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 42: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4}$ bằng

- A. không tồn tại. B. 0. C. 5. D. 4.

Câu 43: Giá trị của $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 44: Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng:

- A. 3. B. 6. C. $+\infty$. D. -3.

Câu 45: Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ bằng

- A. 0. B. 4. C. -4. D. 2.

Câu 46: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$ bằng

- A. -3. B. $+\infty$. C. 0. D. 4.

Câu 47: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Câu 48: Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

- A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.

Câu 49: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

- A. $L = -5$. B. $L = 0$. C. $L = -3$. D. $L = 5$.

Câu 50: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Câu 51: Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

- A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.

Câu 52: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

- A. $L = -5$. B. $L = 0$. C. $L = -3$. D. $L = 5$.

- Câu 53:** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$ bằng
A. -3 . **B.** $+\infty$. **C.** 0 . **D.** 4 .
- Câu 54:** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ có giá trị bằng
A. 1 . **B.** $+\infty$. **C.** 0 . **D.** 2 .
- Câu 55:** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} = a\sqrt{3} + b$. Tính $a^2 + b^2$.
A. 9 . **B.** 25 . **C.** 5 . **D.** 13 .
- Câu 56:** Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$.
A. $L = \frac{3}{2}$. **B.** $L = 3$. **C.** $L = 1$. **D.** $L = -\frac{1}{2}$.
- Câu 57:** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ là:
A. 1 . **B.** 2 . **C.** $-\infty$. **D.** 0 .
- Câu 58:** Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ là
A. 1 . **B.** -2 . **C.** 0 . **D.** -1 .
- Câu 59:** Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5}$.
A. $L = -\frac{3}{2}$. **B.** $L = \frac{1}{2}$. **C.** $L = -\infty$. **D.** $L = 0$.
- Câu 60:** Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = a$. Hỏi a không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $x^2 + x + 1 > 0$. **B.** $-2x + 1 > 0$. **C.** $x^2 - 5x + 6 < 0$. **D.** $x^2 - 3x \geq 0$.
- Câu 61:** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$ bằng
A. $\frac{1}{8}$. **B.** 9 . **C.** $+\infty$. **D.** 8 .
- Câu 62:** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2}$ bằng
A. 0 . **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** -1 . **D.** 2 .
- Câu 63:** Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$.
A. -1 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 1 .

- Câu 64:** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$ bằng
A. 3. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 4.
- Câu 65:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ta được kết quả là
A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.
- Câu 66:** Tìm $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{x^2 - 4x + 3}$. Kết quả là
A. -3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 3.
- Câu 67:** Tìm $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$. Kết quả là
A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 68:** Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 2}$ là?
A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.
- Câu 69:** Kết quả $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ là
A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** $+\infty$.
- Câu 70:** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{1-x^2}$.
A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.
- Câu 71:** $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$ bằng
A. -3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 72:** $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$ bằng
A. $-\frac{2}{5}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $-\infty$.
- Câu 73:** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** $+\infty$. **D.** -3.
- Câu 74:** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ bằng
A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 3. **D.** $+\infty$.
- Câu 75:** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $+\infty$.

Câu 76: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{2x^3 + 6\sqrt{3}}{3 - x^2} = a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Tính $a + b$.

- A. 10. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 77: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2017(x^2 - 4)}{2|x - 2|}$ bằng

- A. 4034. B. -4034. C. $\frac{80683}{20}$. D. $-\frac{80683}{20}$.

Câu 78: Giới hạn của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 4x^3}{5x^3}$ bằng:

- A. 0. B. -4. C. $\frac{-3}{5}$. D. $\frac{-4}{5}$.

Câu 79: Tìm $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$.

- A. $+\infty$. B. -2. C. -1. D. 1.

Câu 80: Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 81: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{3x^2 - 4x + 1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 3}{x + 5}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

Câu 82: Tính $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}$.

- A. $I = -12$. B. $I = 12$. C. $I = -8$. D. $I = 8$.

Câu 83: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 0. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 84: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. 1. D. -1.

Câu 85: Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 86: Với a là số thực khác 0, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2}$ bằng

- A. $a - 1$. B. $a + 1$. C. $\frac{a - 1}{2a}$. D. $\frac{a + 1}{2a}$.

- Câu 87:** Giá trị $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 0. D. -2.
- Câu 88:** Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3} = \frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của $a.b$ bằng
- A. -10. B. 10. C. -15. D. 7.
- Câu 89:** Biết $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)} \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x^2 + 11x + 5} = -\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của $a.b$ bằng
- A. 63. B. 16. C. 2. D. -2.
- Câu 90:** Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$. Tính $I - J$.
- A. 6. B. 3. C. -6. D. 0.
- Câu 91:** Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.
- A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.
- Câu 92:** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.
- Câu 93:** Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng
- A. 7. B. 10. C. 5. D. 6.
- Câu 94:** Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.
- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = 1$. D. $I = 5$.
- Câu 95:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.
- A. 2. B. -1. C. -2. D. 0.
- Câu 96:** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$.
- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 97:** Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$. Tính $I - J$.
- A. 6. B. 3. C. -6. D. 0.

Câu 98: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 99: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{\sqrt{2x+5}-1}$ bằng

A. -3.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. -6.

D. 8.

Câu 100: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$.

B. $K = \frac{2}{3}$.

C. $K = \frac{4}{3}$.

D. $K = 0$.

Câu 101: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$.

B. $K = \frac{2}{3}$.

C. $K = \frac{4}{3}$.

D. $K = 0$.

Câu 102: Giá trị $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 103: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Câu 104: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

A. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{2}{3}$.

B. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{3}{2}$.

C. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{2}{3}$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{3}{2}$.

Câu 105: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2+x-2}$.

A. -5.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 106: Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{\sqrt{4x+1}-3}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 107: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 2.

C. 1

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 108: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1}$.

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 109: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+3} - \sqrt{3}}{x} = \frac{m}{n\sqrt{k}}$ ($m, n, k \in \mathbb{Z}$). Tính $m - n + k$?

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 0

Câu 110: Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1}}{3x}$ bằng ?

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 0.

D. $-\frac{1}{9}$.

Câu 111: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằng?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Câu 112: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{x^2 - 1}$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 113: Tính $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{x^2 - 1}$

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 114: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{2x+1} - 1} = \frac{a}{b}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $a + b = 3$.

B. $a + b = -3$.

C. $a + b = 2$.

D. $a + b = 1$.

Câu 115: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} = \frac{a}{b}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b = -5$

B. $a + b = 2$

C. $a + b = 1$

D. $a + b = 5$

Câu 116: Cho $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = 1984a^2 + 4b^2$.

A. 0.

B. 2000.

C. 8000.

D. 2020.

Câu 117: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 13$.

B. $P = 0$.

C. $P = 5$.

D. $P = 40$.

Câu 118: Số nào trong các số sau là bằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3}$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

D. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 119: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - x^2 - x - 2}$ bằng

A. 0.

B. $-\frac{1}{7}$.

C. -7.

D. $+\infty$.

Câu 120: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 121: Tính giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1} \right)$.

A. 6.

B. 8.

C. 1.

D. 10.

Câu 122: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $+\infty$.

Câu 123: Giới hạn $T = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^3 + 2x - 3}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $+\infty$.

Câu 124: Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right)$.

A. 2.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. 0.

Câu 125: Cho a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a^2 - 1)x + a^2 - 2}{x - 1} = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a < -2$.

B. $a < 3$.

C. $a > 1$.

D. $a > 0$.

Câu 126: Có bao nhiêu giá trị $a > 0$ sao $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3} = \frac{1}{3}$.

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 127: Cho a và b là các số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + ax + b}{x + 1} = 3$. Tính $a + b$

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 7.

Câu 128: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a + 2)x + a + 1}{x^3 - 1}$.

A. $\frac{2 - a}{3}$

B. $\frac{-2 - a}{3}$

C. $\frac{-a}{3}$

D. $\frac{a}{3}$

Câu 129: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3a^2} - 2a}{x - a} + a$,. Tính $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

- A.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{2a-1}{2}$. **B.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{2a+1}{2}$. **C.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{2}{2a+1}$. **D.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{2}{2a-1}$.

Câu 130: Tìm $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1+a^2)x + a}{x^3 - a^3}$.

- A.** $\frac{2a^2}{a^2+3}$. **B.** $\frac{2a^2-1}{3a^2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2a^2-1}{3}$.

Câu 131: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}; (a, b \in \mathbb{R})$. Tổng $S = a^2 + b^2$ bằng

- A.** $S = 4$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 13$. **D.** $S = 9$.

Câu 132: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + (3a+2)x - 3a - 3}{x - 1}$.

- A.** $4 - 3a$. **B.** $3a + 4$. **C.** $3a - 4$. **D.** $3a$

Câu 133: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + b = 8$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2ax + 1} - \sqrt{bx + 1}}{x} = 5$

Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A.** $a \in (2; 4)$. **B.** $a \in (3; 8)$. **C.** $b \in (3; 5)$. **D.** $b \in (4; 9)$.

Câu 134: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$. Giá trị thực của $a - b$ là

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** -1. **D.** $\frac{9}{8}$.

Câu 135: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$.

- A.** $L = -\frac{2}{7}$. **B.** $L = -\frac{7}{24}$. **C.** $L = -\frac{9}{31}$. **D.** $L = 0$.

Câu 136: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$.

- A.** $L = -\frac{2}{7}$. **B.** $L = -\frac{7}{24}$. **C.** $L = -\frac{9}{31}$. **D.** $L = 0$.

Câu 137: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{a}{b}$. Tính $a - b$

- A.** 25. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\frac{13}{12}$.

Câu 138: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{3x + 5}}{x^2 - 3x + 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a, b là số nguyên). Tính tổng

$P = a^2 + b^2$.

- A.** $P = 5$. **B.** $P = 3$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = -2$.

Câu 139: Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

A. $T = \frac{4}{15}$.

B. $T = \frac{12}{25}$.

C. $T = \frac{6}{25}$.

D. $T = \frac{4}{25}$.

Câu 140: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$ bằng

A. 0.

B. -1.

C. 5.

D. 1.

Câu 141: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$ là:

A. $\frac{13}{12}$.

B. $-\frac{13}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Câu 142: Biết rằng $b > 0, a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $a^2 + b^2 > 10$.

B. $a^2 - b^2 > 6$.

C. $a - b \geq 0$.

D. $1 \leq a \leq 3$.

Câu 143: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2+2} - \sqrt{4+x}}{x^2-1} = \frac{\sqrt{a}}{b}$ „ Tính $P = a - b$

A. $P = 5$.

B. $P = 1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 3$.

Câu 144: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \frac{a}{b}$. Giá trị của $b - a$ bằng

A. -1.

B. $\frac{13}{12}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{12}$.

Câu 145: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2 - \sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3} + x - 3} = \frac{a}{b}$. Giá trị của $3a + 2b$ bằng

A. 12.

B. 13.

C. 10.

D. 5.

Câu 146: Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1 - \sqrt{5x+1}}{x - \sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$. Giá trị của $a - b$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{9}{8}$.

C. 1.

D. -1.

Câu 147: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x^2+x+2}}{x-1}$.

A. $\frac{1}{12}$

B. $+\infty$

C. $-\frac{3}{2}$

D. $-\frac{2}{3}$

Câu 148: Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[7]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 43$.

B. $L = 23$.

C. $L = 13$.

D. $L = 53$.

Câu 149: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của

$a + b + c$ bằng:

A. 5.

B. 37.

C. 13.

D. 51.

Câu 150: Tính $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^{2018} - x^{1009}}{4 - x}$, kết quả bằng

- A. $+\infty$. B. 1009.2^{2016} . C. 1009.2^{2018} . D. 1009.4^{2018} .

Câu 151: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1} (m; n \in \mathbb{N}^*)$ ta được kết quả bằng

- A. 1. B. $+\infty$. C. m . D. $m - n$.

Câu 152: Tính giới hạn của hàm số $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - nx + n - 1}{(x - 1)^2}$.

- A. $\frac{n^2 - n}{2}$. B. $\frac{n^2 + n}{2}$. C. $\frac{n}{2}$. D. $\frac{n^2}{2}$.