



GIỚI HẠN HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI 17: HÀM SỐ LIÊN TỤC



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. **B.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. **D.** $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 2: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- I. $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
 II. $f(x)$ không liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) \geq 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.
A. Cả I và II đúng. **B.** Cả I và II sai. **C.** Chỉ I đúng. **D.** Chỉ II đúng.

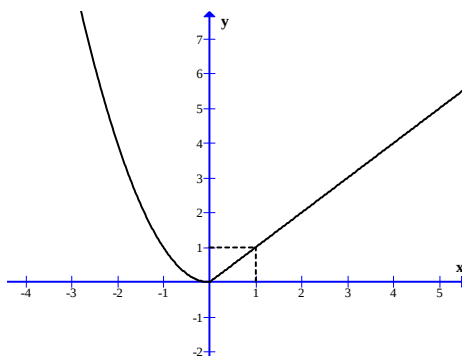
Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

- A.** Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
B. Nếu $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Nếu $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.
B. Nếu $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
C. Nếu $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a) \cdot f(b) < 0$.

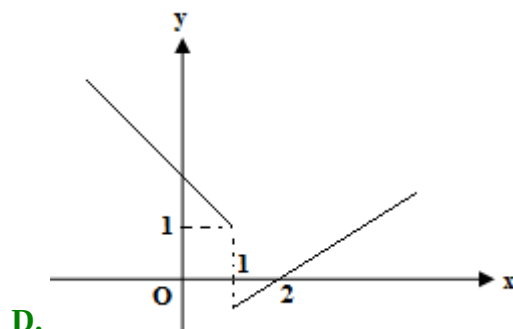
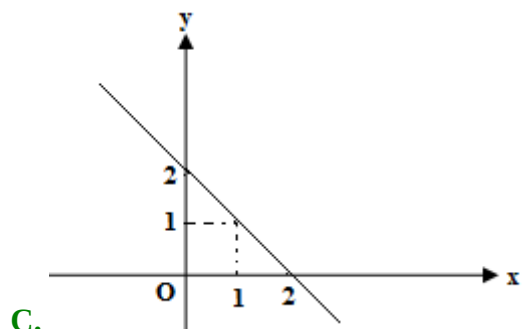
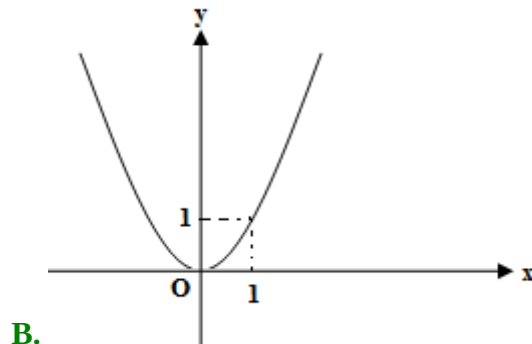
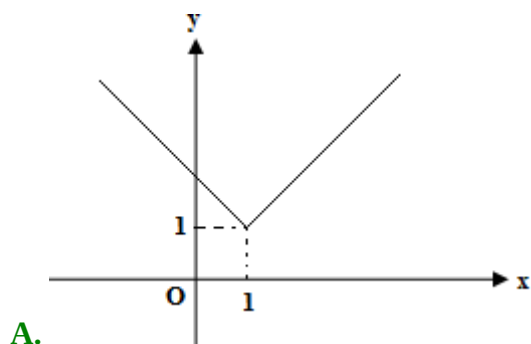
Câu 5: Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

- A.** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm $x = 0$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 0$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Câu 6: Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x = 1$?



Câu 7: Cho các mệnh đề:

1. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x_0) = 0$.
2. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
3. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, đơn điệu trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất.

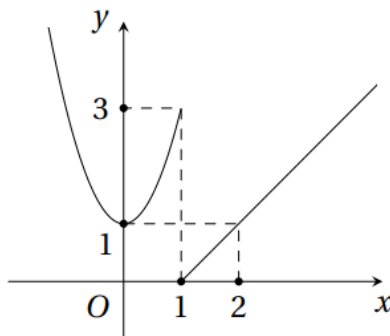
A. Có đúng hai mệnh đề sai.

B. Cả ba mệnh đề đều đúng.

C. Cả ba mệnh đề đều sai.

D. Có đúng một mệnh đề sai.

Câu 8: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

DẠNG 2. LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

Dạng 2.1 Xét tính liên tục tại điểm của hàm số

Câu 9: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \sqrt{x+2}$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{x(x-2)(x^2-9)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. 0.

B. 2.

C. -3.

D. 1.

Câu 11: Hàm số $y = \frac{-5}{x(x^2-4)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Câu 12: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = (x+1)(x^2+2)$.

D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 13: Hàm số $y = \frac{1}{2x-4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{1-x^3}{1-x}, & \text{khi } x < 1 \\ 1, & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x = 1$.

B. y liên tục tại $x = 1$.

C. y liên tục trái tại $x = 1$.

D. y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
- B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.
- C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0 = 3$.
- D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 2$.
- B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.
- C. $f(4) = 2$.
- D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$.
- B. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
- C. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
- D. Hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = 1$:

- A. $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.
- B. $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$.
- C. $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$.
- D. $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$.

Dạng 2.2 Điểm gián đoạn của hàm số

Câu 19: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$.
- B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{x}{x-1}$.
- D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 20: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

- A. $y = \frac{3x-4}{x-2}$.
- B. $y = \sin x$.
- C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
- D. $y = \tan x$.

Câu 21: Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

- A. $x_0 = 2018$.
- B. $x_0 = 1$.
- C. $x_0 = 0$.
- D. $x_0 = -1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x = \pm 1$.
- B. Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.
- C. Hàm số liên tục tại các điểm $x = -1$.
- D. Hàm số liên tục tại các điểm $x = 1$.

Câu 23: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 2$?

- A. $y = (x-1)(x-2)$.
- B. $y = \frac{(x-2)(x^2+3)}{x-2}$.
- C. $y = \frac{x-2}{x+2}$.
- D. $y = \frac{x+2}{x^2+2}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ x+2021 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số liên tục tại $x=3$.
 C. Hàm số gián đoạn tại $x=0$.
 D. Hàm số gián đoạn tại $x=1$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x \cos x, & x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x}, & 0 \leq x < 1 \\ x^3, & x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại mọi điểm x thuộc $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=0$.
 C. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=1$.
 D. Hàm số $f(x)$ bị gián đoạn tại điểm $x=0$ và $x=1$.

Dạng 2.3 Bài toán chứa tham số

Câu 26: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x=-2$.

- A. $m=2$.
 B. $m=-4$.
 C. $m=4$.
 D. $m=0$.

Câu 27: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax-3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = a - 4b.$$

- A. $P=-4$.
 B. $P=5$.
 C. $P=-5$.
 D. $P=4$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2-(a-2)x-2}{\sqrt{x+3}-2} & \text{khi } x \neq 1 \\ a^2+11 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tổng tất cả các giá trị của tham số a để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ bằng:

- A. -4 .
 B. 0 .
 C. -1 .
 D. 4 .

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Giá trị của m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=2$ là

- A. $m=3$.
 B. $m=1$.
 C. $m=-1$.
 D. $m=0$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+3x-14}{x^2-4} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hàm số liên tục tại

$$x=2?$$

- A. $-\frac{11}{4}$.
 B. $-\frac{11}{2}$.
 C. $\frac{11}{2}$.
 D. $\frac{11}{4}$.

Câu 31: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$

- A. $m = -4$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = 0$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm

$x_0 = 1$ là:

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 33: Để hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

- A. -4 . B. 4 . C. 1 . D. -1 .

Câu 34: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$

- A. $m = 0$. B. $m = 6$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại

$x = 1$.

- A. $k = 2\sqrt{2019}$. B. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$. C. $k = 1$. D. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

- A. $a = 0$. B. $a = -\frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{2}$. D. $a = 1$.

Câu 37: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + b & \text{khi } x \leq -1 \\ x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b - 2$. B. $a = -2 - b$. C. $a = 2 - b$. D. $a = b + 2$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi $m = ?$

- A. -1 . B. 1 . C. 4 . D. -4 .

Câu 39: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$P = a - 4b$.

- A.** $P = -4$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 4$.

Câu 40: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$

- A.** $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$.

Câu 41: Có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$

?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 42: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$?

- A.** $\frac{15}{4}$. **B.** $-\frac{15}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 1.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x > 2 \\ m^2x - 4m + 6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để

hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$?

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x - 1} - 2}{x^2 - 1}, & x \neq 1 \\ 4 - m & x = 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$ khi

- A.** $m = 3$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 7$. **D.** $m = -7$.

Câu 45: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x < -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

- A.** $m = \frac{-3}{2}$. **B.** $m = \frac{-5}{2}$. **C.** $m = \frac{3}{2}$. **D.** $m = \frac{5}{2}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x = 0$.

- A.** $a = -\frac{3}{4}$. **B.** $a = \frac{4}{3}$. **C.** $a = -\frac{4}{3}$. **D.** $a = \frac{3}{4}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

- A.** $m = 1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 2$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi a bằng

A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ mx+2 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số liên tục tại điểm $x = 3$ khi m bằng:

A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Câu 50: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

A. $m = \frac{7}{4}$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = -8$.

Câu 51: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. Không tồn tại m .

Câu 52: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - m}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì giá trị của biểu thức $m + n$ tương ứng bằng:

A. $\frac{3}{4}$. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm giá trị của m để hàm số liên tục tại $x = 3$

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 0$.

Câu 54: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx - 2m^2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

A. $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$. B. $m \in \{1\}$. C. $m \in \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. D. $m \in \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 55: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & \text{khi } x < 2 \\ mx + m + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$.

A. $m = \frac{1}{6}$.

B. $m = -\frac{1}{6}$.

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 56: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm các giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$.

B. $a = \frac{4}{3}$.

C. $a = -\frac{4}{3}$.

D. $a = \frac{3}{4}$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$. Biết hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$

. Tính $S = abc$.

A. $S = -36$.

B. $S = 18$.

C. $S = 36$.

D. $S = -18$.

Câu 58: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $a = 1$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = -1$.

Câu 59: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 0$.

Câu 60: Để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2(x-1)} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$ thì giá trị m bằng

A. 0,5.

B. 1,5.

C. 1.

D. 2.

Câu 61: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

gián đoạn tại $x = 1$.

A. $m \neq 2$.

B. $m \neq 1$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 3$.

Câu 62: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

Câu 63: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của a để hàm số liên tục tại $x = 1$?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 64: Giá trị của tham số a để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a + 2x & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $-\frac{15}{4}$. D. 4.

Câu 65: Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi m nhận giá trị

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 66: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a + 2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

- A. $a = \frac{5}{2}$. B. $a = -\frac{11}{6}$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

Câu 67: Tìm tham số thực m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx + 1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = -4$.

- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 68: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 69: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} & \text{khi } (x > 1) \\ m^2 + m + \frac{1}{4} & \text{khi } (x \leq 1) \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

- A. $m \in \{0; 1\}$. B. $m \in \{0; -1\}$. C. $m \in \{1\}$. D. $m \in \{0\}$.

Câu 70: Tìm a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$: $f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x-1} & \text{khi } x > 1. \end{cases}$

- A. $a = -2$. B. $a = 1$. C. $a = 2$. D. $a = -1$.

Câu 71: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \sqrt{3}$. B. $m = 1$. C. $m = \pm\sqrt{3}$. D. $m = \pm 1$.

Câu 72: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$.

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 4$.

Câu 73: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2m + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{13}{2}$. C. $m = \frac{11}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 74: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + 2x + 8}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 x^2 + 5mx & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ ($m \in \mathbb{R}$). Biết hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$. Số giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

DẠNG 3. LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG

Dạng 3.1 Xét tính liên tục trên khoảng của hàm số

Câu 75: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 2)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-3; 3)$.

Câu 76: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 2)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-5; 3)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 77: Hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$ liên tục trên khoảng:

A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Câu 78: Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2x - 3\cos x$. B. $y = 1 + \tan x$. C. $y = x - \cot x$. D. $y = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 79: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \neq 1$ và gián đoạn tại $x = 1$.
B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số không liên tục trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại điểm $x=1$.

Câu 80: Hàm số nào sau đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = x^2 - 3x + 2$.

D. $y = \frac{3x}{x+2}$.

Câu 81: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên khoảng $1;5$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2020$.

C. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

Câu 82: Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(0;5)$?

A. $y = \frac{3x-2}{x-3}$.

B. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

C. $y = \frac{5x+1}{x-4}$.

D. $y = \frac{1}{x^2-1}$.

Câu 83: Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x + \cos x$.

B. $y = x - \tan x$.

C. $y = 1 + \cot x$.

D. $y = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 84: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + 6x + 20$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \frac{x}{x^2+x+2}$.

D. $y = \frac{x}{x+1}$.

Câu 85: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x$.

B. $y = \cot x$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 86: Cho bốn hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$, $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$, $f_3(x) = \cos x + 3$ và $f_4(x) = \log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 87: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \tan x + 5$.

B. $f(x) = \frac{x^2+3}{5-x}$.

C. $f(x) = \sqrt{x-6}$.

D. $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$.

Câu 88: Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Câu 89: Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \sqrt{x}$.

B. $f(x) = x^4 - 4x^2$.

C. $f(x) = \sqrt{\frac{x^4-4x^2}{x+1}}$.

D. $f(x) = \frac{x^4-4x^2}{x+1}$.

Câu 90: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$.

B. $y = \frac{x}{x+1}$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{neu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{neu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số f có tất cả bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

A. 2018.

B. 1009.

C. 642.

D. 321.

Dạng 3.2 Bài toán chứa tham số

Câu 92: Cho hàm số $y = \begin{cases} x+2 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m = 2$.

B. $m = -3$.

C. $m = 5$.

D. $m = 3$.

Câu 93: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2mx^2 - 4 & \text{khi } x \leq 3 \\ 5 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. 18.

D. 2.

Câu 94: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 4 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 2b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm giá trị của biểu thức $P = a - 3b$

A. $P = -4$

B. $P = 5$

C. $P = 4$

D. $P = -5$

Câu 95: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 3x + 2}, & \text{khi } x \neq 1 \text{ và } x \neq 2 \\ 2a, & \text{khi } x = 1 \\ b - 3, & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 68$.

B. $P = 45$.

C. $P = 41$.

D. $P = 10$.

Câu 96: Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ mx + 1, & x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -\frac{4}{3}$.

B. $m = -\frac{1}{3}$.

C. $m = \frac{4}{3}$.

D. $m = \frac{2}{3}$.

Câu 97: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2}, & x \neq 2 \\ ax + 3, & x = 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = -1$.

B. $a = \frac{1}{6}$.

C. $a = \frac{4}{3}$.

D. $a = -\frac{4}{3}$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 99: Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $m = 2; m = 3$. B. $m = -2; m = -3$. C. $m = 1; m = 6$. D. $m = -1; m = -6$.

Câu 100: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $a = 1$. B. $a = 3$. C. $a = 4$. D. $a = 2$.

Câu 101: Cho biết hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-2)} & \text{khi } x(x-2) \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \\ b & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $T = a^2 + b^2$.

- A. $T = 2$. B. $T = 122$. C. $T = 101$. D. $T = 145$.

Câu 102: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 103: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Câu 104: Tìm P để hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 6Px - 3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $P = \frac{5}{6}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 105: Hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + b + 1, & \text{khi } x > 0 \\ a \cos x + b \sin x, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $a - b = 1$. B. $a - b = -1$. C. $a + b = 1$ D. $a + b = 1$

Câu 106: Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 5$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 107: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2 + 1} - m & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 108: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+16}-5}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tập các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ là:

- A. $\left\{\frac{2}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{5}\right\}$. C. $\{0\}$. D. $\left\{\frac{3}{5}\right\}$.

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m=8$ hoặc $m=-\frac{7}{4}$. B. $m=\frac{7}{4}$.
C. $m=-\frac{7}{4}$. D. $m=-8$ hoặc $m=\frac{7}{4}$.

Câu 110: Nếu hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & \text{khi } x < -5 \\ x+17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ ax+b+10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $a+b$ bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

Câu 111: Cho hàm số $f(x) = x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 14x^2 + 4x - 10$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên $\mathbb{R}$ là:

- A. 1 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Câu 112: Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2; 3)$.
B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 3)$.
C. Phương trình (1) vô nghiệm.
D. Phương trình (1) có hai nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 113: Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.
B. Phương trình (1) vô nghiệm.
C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0; 2)$.
D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 114: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

- A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$. B. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.
C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Câu 115: Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
- B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
- C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.
- D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 116: Phương trình $3x^5 + 5x^3 + 10 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;-1)$.
- B. $(-10;-2)$.
- C. $(0;1)$.
- D. $(-1;0)$.

Câu 117: Cho phương trình $2x^3 - 8x - 1 = 0$ (1). Khẳng định nào **sai**?

- A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.
- B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.
- C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.
- D. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-5;-1)$.

Câu 118: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và thỏa mãn $f(a) = b$, $f(b) = a$ với $a, b > 0$, $a \neq b$. Khi đó phương trình nào sau đây có nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

- A. $f(x) = 0$.
- B. $f(x) = x$.
- C. $f(x) = -x$.
- D. $f(x) = a$.

Câu 119: Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

- A. 2.
- B. 0.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 120: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} a + c > b + 1 \\ a + b + c + 1 < 0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox .

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.