

CHƯƠNG VI: HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGA

BÀI 18: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN

HD1. Nhận biết lũy thừa với số mũ nguyên

Tính: $(1,5)^2$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $(\sqrt{2})^4$.

- Trong biểu thức a^m , a gọi là cơ số, m gọi là số mũ.

Lưu ý: 0^0 và 0^{-n} ($n \in \mathbb{N}^*$) không có nghĩa.

Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Với $a \neq 0, b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}; \quad (ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Chú ý

- Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.

- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

- **Ví dụ 1:** Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot 8^{-2} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2}$

Luyện tập 1: Một số dương x được gọi là viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu $x = a \cdot 10^m$, ở đó $1 \leq a < 10$ và m là một số nguyên. Hãy viết các số liệu sau dưới dạng kí hiệu khoa học:

a) Khối lượng của Trái Đất khoảng 5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg;

b) Khối lượng của hạt proton khoảng 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67262 kg .

(Theo SGK Vật lí 12, Nhà Xuất bản Giáo dục Việt

Nam, 2020)

2. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ

- **HD2. Nhận biết khái niệm căn bậc n**

a) Tìm tất cả các số thực x sao cho $x^2 = 4$. b) Tìm tất cả các số thực x sao cho $x^3 = -8$.

Nhận xét. Khi n là số lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n và kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$. Căn bậc 1 của số a chính là a .

Khi n là số chẵn, mỗi số thực dương có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau, giá trị dương kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$ (gọi là căn số học bậc n của a), giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{a}$.

$$\sqrt[n]{0} = 0 (n \in \mathbb{N}^*).$$

? Số âm có căn bậc chẵn không? Vì sao?

Ví dụ 2: a) $\sqrt[3]{-64}$;

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

Luyện tập 2. Tính: a) $\sqrt[3]{-125}$;

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$.

HD3. Nhận biết tính chất của căn bậc n

a) Tính và so sánh: $\sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{27}$ và $\sqrt[3]{(-8) \cdot 27}$.

b) Tính và so sánh: $\frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{27}}$ và $\sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$.

Ví dụ 3. Tính: a) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{-8}$;

b) $\sqrt[3]{-3\sqrt{3}}$.

Luyện tập 3. Tính: a) $\sqrt[3]{5} : \sqrt[3]{625}$;

b) $\sqrt[5]{-25\sqrt{5}}$.

? Vì sao trong định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ lại cần điều kiện cơ số $a > 0$?

Chú ý. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ (của một số thực dương) có đầy đủ các tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên đã nêu trong Mục 1.

Ví dụ 4. Tính: a) $16^{\frac{3}{2}}$;

b) $8^{\frac{-2}{3}}$.

Luyện tập 4. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x^{\frac{3}{2}}y + xy^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ ($x, y > 0$).

3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC

a) **Khái niệm lũy thừa với số mũ thực**

HD 5. Nhận biết lũy thừa với số mũ thực

Ta biết rằng $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ và $\sqrt{2} = 1,4142135624\dots$

Gọi (r_n) là dãy số hữu tỉ dùng để xấp xỉ số $\sqrt{2}$, với $r_1 = 1$; $r_2 = 1,4$; $r_3 = 1,41$; $r_4 = 1,4142$;...

a) Dùng máy tính cầm tay, hãy tính: 3^{r_1} ; 3^{r_2} ; 3^{r_3} ; 3^{r_4} và $3^{\sqrt{2}}$.

b) Có nhận xét gì về sai số tuyệt đối giữa $3^{\sqrt{2}}$ và 3^{r_n} , tức là $|3^{\sqrt{2}} - 3^{r_n}|$, khi n càng lớn?

Cho a là số thực dương và α là một số vô tỉ. Xét dãy số hữu tỉ (r_n) mà $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \alpha$. Khi đó, dãy số (a^{r_n}) có giới hạn xác định và không phụ thuộc vào dãy số hữu tỉ (r_n) đã chọn. Giới hạn đó gọi là **lũy thừa của a với số mũ α** , kí hiệu là a^α .

$$a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$$

Chú ý. Lũy thừa với số mũ thực (của một số dương) có đầy đủ các tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên đã nêu trong Mục 1.

Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{a^{\sqrt{5}-1} \cdot a^{3-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}-1}}$ ($a > 0$).

Ví dụ 6. Không sử dụng máy tính, hãy so sánh các số $8^{\sqrt{3}}$ và $4^{2\sqrt{3}}$.

Luyện tập 5. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{(a^{\sqrt{2}-1})^{1+\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{5}-1} \cdot a^{3-\sqrt{5}}}$ ($a > 0$).

Vận dụng: Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

b) Tính lũy thừa với số mũ thực bằng máy tính cầm tay

Có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc n và lũy thừa với số mũ thực.

Tính (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư)	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\sqrt{20,15}$	$\sqrt{\square} 2 0 \cdot 1 5 \square$	4.488875137	$\sqrt{20,15} \approx 4,4889$
$\sqrt[5]{320}$	$\text{SHIFT } x^{\square} 5 \rightarrow 3 2 0 \square$	3.169786385	$\sqrt[5]{320} \approx 3,1698$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Rút gọn biểu thức

1. Phương pháp

- Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chất của lũy thừa)
- Giải bằng casio (dò tìm đáp án đối với trắc nghiệm)

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1. Rút gọn biểu thức $K = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ ta được:

- A. $x^2 + 1$ B. $x^2 + x + 1$ C. $x^2 - x + 1$ D. $x^2 - 1$

Ví dụ 2. Cho x, y là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1}$?

- A. x B. $2x$ C. $x+1$ D. $x-1$

Ví dụ 3. Cho số thực $a > 0$ và $a \neq 1$. Hãy rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}}\right)}$

- A. $P = 1 + a$ B. $P = 1$ C. $P = a$ D. $P = 1 - a$

Ví dụ 4. Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a}\right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}}\right)}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2018})$.

- A. $M = 2017^{2018} + 1$. B. 2017^{1009} .
C. $2017^{1009} + 1$. D. $-2017^{1009} - 1$.

Ví dụ 5. Cho x, y là các số thực dương và $x \neq y$. Biểu thức $A = \sqrt{\left(x^{2x} + y^{2x}\right)^2 - \left(4^{\frac{1}{2x}} xy\right)^{2x}}$ bằng

- A. $y^{2x} - x^{2x}$ B. $|x^{2x} - y^{2x}|$ C. $(x - y)^{2x}$ D. $x^{2x} - y^{2x}$

Dạng 2. Viết biểu thức dưới dạng lũy thừa

1. Phương pháp

- Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chất của lũy thừa)
- Giải bằng casio (đò tìm đáp án đối với trắc nghiệm)

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1. Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} : x^{\frac{11}{16}}$ ta được:

- A. $\sqrt[4]{x}$ B. $\sqrt[6]{x}$ C. $\sqrt[8]{x}$ D. \sqrt{x}

Ví dụ 2. Biểu thức $K = \sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$ B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$ D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}$

Ví dụ 3. Cho $a; b > 0$ viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ và $\sqrt[3]{b\sqrt{b\sqrt{b}}}$ về dạng $a^x, b^y; x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $6x + 12y$ là

- A. 17. B. $\frac{7}{12}$. C. 14. D. $\frac{7}{6}$.

Dạng 3. So sánh

1. Phương pháp

- Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chất của lũy thừa)
- Giải bằng casio: Sử dụng chức năng Ture/Fasle hoặc thay giá trị trực tiếp

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. B. $\sqrt[3]{a^2} > 1$. C. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. D. $\frac{1}{a^{2018}} < \frac{1}{a^{2019}}$.

Ví dụ 2. So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,2}$ ta được

- A. $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$. B. $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,2}$.
C. $\sqrt{3}^{0,2} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$. D. $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2} < (0,7)^{3,2}$.

Ví dụ 3. Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2 < a < 3$. B. $a > 2$. C. $a < 3$. D. $a > 3$.

Ví dụ 4. Cho $(2m-1)^{\frac{-3}{4}} < (2m-1)^{\frac{-5}{4}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \geq 1$. B. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Ví dụ 5. Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2 < a < 3$. B. $a > 2$. C. $a < 3$. D. $a > 3$.

Ví dụ 6. Cho mệnh đề $A: \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2018} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{2019}$ và mệnh đề $B: \log_{\frac{e}{2}} 2018 > \log_{\frac{e}{2}} 2019$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. A sai, B sai.

B. A đúng, B đúng.

C. A đúng, B sai.

D. A sai, B đúng.

Ví dụ 7. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\sqrt{5} + 2)^{-2017} < (\sqrt{5} + 2)^{-2018}$.

B. $(\sqrt{5} + 2)^{2018} > (\sqrt{5} + 2)^{2019}$.

C. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} > (\sqrt{5} - 2)^{2019}$.

D. $(\sqrt{5} - 2)^{2018} < (\sqrt{5} - 2)^{2019}$.

Ví dụ 8. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.

B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

C. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$.

D. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 6.1. Tính:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$; b) $4^{\frac{3}{2}}$; c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$; d) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$.

Bài 6.2. Thực hiện phép tính:

a) $27^{\frac{2}{3}} + 81^{-0,75} - 25^{0,5}$; b) $4^{2-3\sqrt{7}} \cdot 8^{2\sqrt{7}}$.

Bài 6.3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{x^5 y^{-2}}{x^3 y} (x, y \neq 0)$; b) $B = \frac{x^2 y^{-3}}{(x^{-1} y^4)^{-3}} (x, y \neq 0)$.

Bài 6.4. Cho x, y là các số thực dương. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt{y} + y^{\frac{1}{3}} \sqrt{x}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}}$;

b) $B = \left(\frac{x^{\sqrt{3}}}{y^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{x^{-\sqrt{3}-1}}{y^{-2}}$.

Bài 6.5. Chứng minh rằng: $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2$.

Bài 6.6. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy so sánh:

a) $5^{6\sqrt{3}}$ và $5^{3\sqrt{6}}$;

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ và $\sqrt{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}}$.

Bài 6.7. Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (r được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau

N kì gửi cho bởi công thức sau: $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$.

Câu 10: Rút gọn biểu thức $P = x^2 \cdot \sqrt[5]{x^3}$?

A. $x^{\frac{4}{7}}$.

B. $x^{\frac{3}{10}}$.

C. $x^{\frac{17}{10}}$.

D. $x^{\frac{13}{2}}$.

Câu 11: Cho $a > 0, b > 0$ và biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$. Khi đó:

A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = 1$.

D. $T = \frac{1}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}} (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2016})$

A. $M = 2017^{1008} - 1$

B. $M = -2017^{1008} - 1$

C. $M = 2017^{2016} - 1$

D. $M = 1 - 2017^{2016}$

Câu 13: Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$

A. $P = a$

B. $P = a^3$

C. $P = a^4$

D. $P = a^5$

Câu 14: Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{21}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{18}$

Câu 15: Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P \in (330; 340)$.

B. $P \in (350; 360)$.

C. $P \in (260; 370)$.

D. $P \in (340; 350)$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2 - n^2 = 312$.

B. $m^2 + n^2 = 543$.

C. $m^2 - n^2 = -312$.

D. $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 17: Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$. Tích $a \cdot b$ có giá trị bằng:

A. 6.

B. -10.

C. -8.

D. 8.

Câu 18: Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$.

A. $P = a(a+1)$.

B. $P = a-1$.

C. $P = a$.

D. $P = a+1$.

Câu 19: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$ B. $P = x^{\frac{7}{12}}$ C. $P = x^{\frac{5}{8}}$ D. $P = x^{\frac{7}{24}}$

Câu 20: Tích $(2017)! \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó (a, b) là cặp nào trong các cặp sau?

- A. (2018; 2017). B. (2019; 2018). C. (2015; 2014). D. (2016; 2015).

Câu 21: Cho $f(x) = 5^{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng: $f(1) \cdot f(2) \dots f(2020) = 5^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$

- A. $m - n^2 = 2021$. B. $m - n^2 = -1$. C. $m - n^2 = 1$. D. $m - n^2 = 2020$.

Câu 22: Cho $m > 0$, $a = m\sqrt{m}$, $y = \frac{\sqrt[3]{m}}{a^2 \cdot \sqrt[4]{m}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt[18]{a^{35}}}$. B. $y = \frac{1}{a^2}$. C. $y = \frac{1}{\sqrt[9]{a^{34}}}$. D. $y = \frac{1}{\sqrt[6]{a^{11}}}$.

Câu 23: Biểu thức $C = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}}$ với $x > 0$ được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{3}{16}}$. B. $x^{\frac{7}{8}}$. C. $x^{\frac{15}{16}}$. D. $x^{\frac{31}{32}}$.

Câu 24: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m^2 - n^2 = 25$. B. $m^2 + n^2 = 43$. C. $3m^2 - 2n = 2$. D. $2m^2 + n = 15$.

Câu 25: Cho a, b là hai số thực dương. Thu gọn biểu thức $\frac{a^{\frac{7}{6}} \cdot b^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[6]{ab^2}}$, kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $\sqrt[3]{\frac{a^4}{b}}$. B. ab . C. $\frac{b}{a}$. D. $\frac{a}{b}$.

Câu 26: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 27: Cho a là số dương khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a^{-2019} = a^{2019}$. B. $a^{-2019} = -\left(\frac{1}{a}\right)^{2019}$. C. $a^{-2019} = \left(\frac{1}{a}\right)^{2019}$. D. $a^{-2019} = -a^{2019}$.

Câu 28: Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}} \cdot b^6}}$ được kết quả là

- A. ab . B. a^2b^2 . C. ab^2 . D. a^2b .

Câu 29: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x$ B. $P = x^{\frac{11}{6}}$ C. $P = x^{\frac{7}{6}}$ D. $P = x^{\frac{5}{6}}$

Câu 30: Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

- A. $\frac{2}{1009}$. B. $\frac{1}{1009}$. C. $\frac{3}{1009}$. D. $\frac{3}{2018^2}$.

Câu 31: Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $a^\alpha > 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$. C. $\frac{1}{a^\alpha} < 0, \forall \alpha \in \mathbb{R}$. D. $a^\alpha < 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 32: Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $\alpha \cdot \beta = 1$. B. $\alpha > \beta$. C. $\alpha < \beta$. D. $\alpha + \beta = 0$.

Câu 33: Với các số thực a, b bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(3^a)^b = 3^{a+b}$. B. $(3^a)^b = 3^{ab}$. C. $(3^a)^b = 3^{a-b}$. D. $(3^a)^b = 3^{a^b}$.

Câu 34: Cho a, b là các số thực thỏa điều kiện $\left(\frac{3}{4}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^a$ và $b^{\frac{5}{4}} > b^{\frac{4}{3}}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A. $a > 0$ và $b > 1$. B. $a > 0$ và $0 < b < 1$.
C. $a < 0$ và $0 < b < 1$. D. $a < 0$ và $b > 1$.

Câu 35: Cho a thuộc khoảng $\left(0; \frac{2}{e}\right)$, α và β là những số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $(a^\alpha)^b = a^{\alpha \cdot \beta}$. B. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$. C. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. D. $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 36: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. B. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.
C. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$. D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

Câu 37: Cho các số thực $a; b$ thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Tìm khẳng định đúng:

- A. $\ln a > \ln b$. B. $(0,5)^a < (0,5)^b$. C. $\log_a b < 0$. D. $2^a > 2^b$.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$. B. $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$.
C. $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$. D. $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

Câu 39: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$. B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$. C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Câu 40: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
 B. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.
 C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.
 D. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

Câu 41: Cho $P = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}}$ và $Q = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3}$, với x, y là các số thực khác 0. So sánh P và Q ta có

- A. $P < Q$.
 B. $P = Q$.
 C. $P = -Q$.
 D. $P > Q$.

Câu 42: Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[3]{a^2}$?

- A. $a > 0$.
 B. $0 < a < 1$.
 C. $a > 1$.
 D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Câu 43: Tìm khẳng định đúng.

- A. $(2 - \sqrt{3})^{2016} > (2 - \sqrt{3})^{2017}$.
 B. $(2 + \sqrt{3})^{2016} > (2 + \sqrt{3})^{2017}$.
 C. $-(2 + \sqrt{3})^{-2016} > -(2 + \sqrt{3})^{-2017}$.
 D. $(2 - \sqrt{3})^{-2016} > (2 - \sqrt{3})^{-2017}$.

Câu 44: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$
 B. $\frac{1}{a^{2017}} < \frac{1}{a^{2018}}$
 C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$
 D. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$

Câu 45: Cho biết $(x-2)^{\frac{1}{3}} > (x-2)^{\frac{1}{6}}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2 < x < 3$.
 B. $0 < x < 1$.
 C. $x > 2$.
 D. $x > 1$.

Câu 46: Cho $U = 2.2019^{2020}$, $V = 2019^{2020}$, $W = 2018.2019^{2019}$, $X = 5.2019^{2019}$ và $Y = 2019^{2019}$. Số nào trong các số dưới đây là số bé nhất?

- A. $X - Y$.
 B. $U - V$.
 C. $V - W$.
 D. $W - X$.

Câu 47: Tìm tất cả các số thực m sao cho $\frac{4^a}{4^a + m} + \frac{4^b}{4^b + m} = 1$ với mọi $a + b = 1$.

- A. $m = \pm 2$.
 B. $m = 4$.
 C. $m = 2$.
 D. $m = 8$.

Câu 48: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 6x + 1 = 0$ với $x_1 > x_2$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_1^{2017} \cdot x_2^{2018}$

- A. $P = 1$
 B. $P = 3 + 2\sqrt{2}$
 C. $P = 3 - 2\sqrt{2}$
 D. $P = (3 - 2\sqrt{2})^{17}$

Câu 49: Rút gọn biểu thức $P = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2017} \cdot \left(3 - \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{2018}$.

- A. $P = 1$.
 B. $P = \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}$.
 C. $P = \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$.
 D. $P = \left(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}}\right)^{4035}$.

Câu 50: Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2018} \cdot (7 - 4\sqrt{3})^{2017}$

A. 1.

B. $7 - 4\sqrt{3}$.

C. $7 + 4\sqrt{3}$.

D. $(7 + 4\sqrt{3})^{2017}$.