

BÀI 21: PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

HĐ1. Nhận biết nghiệm của phương trình mũ

Xét phương trình: $2^{x+1} = \frac{1}{4}$.

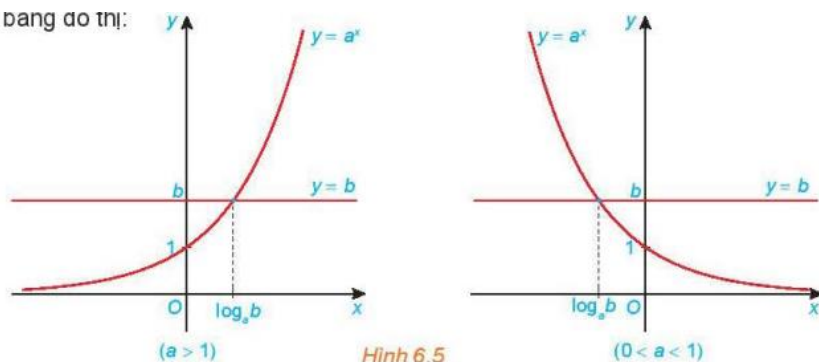
- a) Khi viết $\frac{1}{4}$ thành lũy thừa của 2 thì phương trình trên trở thành phương trình nào?
b) So sánh số mũ của 2 ở hai vế của phương trình nhận được ở câu a để tìm x .

Phương trình mũ cơ bản có dạng $a^x = b$ (với $0 < a \neq 1$).

- Nếu $b > 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.
- Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Minh họa bằng đồ thị:

Đồ thị do thị:



Chú ý. Phương pháp giải phương trình mũ bằng cách đưa về cùng cơ số:

Nếu $0 < a \neq 1$ thì $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$.

Ví dụ 1. Giải phương trình: $3^{x+1} = \frac{1}{3^{1-2x}}$.

Ví dụ 2. Giải phương trình: $10^{x-1} = 2022$

Luyện tập 1. Giải các phương trình sau:

- a) $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x+1}}$; b) $2e^{2x} = 5$.

2. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

HĐ2. Nhận biết nghiệm của phương trình lôgarit

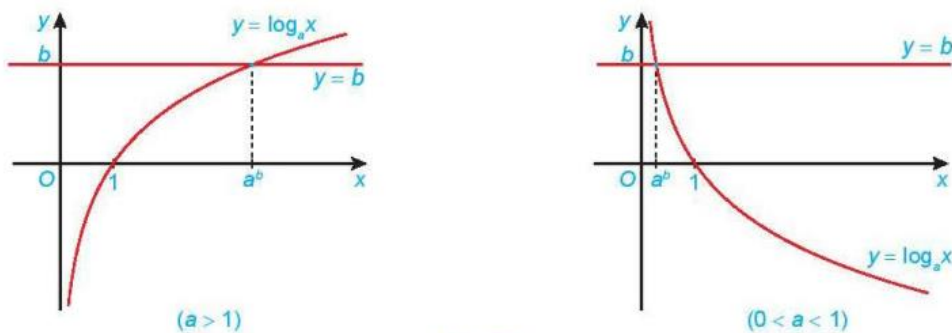
Xét phương trình: $2\log_2 x = -3$.

- a) Từ phương trình trên, hãy tính $\log_2 x$.
b) Từ kết quả ở câu a và sử dụng định nghĩa lôgarit, hãy tìm x .

Phương trình lôgarit cơ bản có dạng $\log_a x = b$ ($0 < a \neq 1$).

Phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b$ có nghiệm duy nhất $x = a^b$.

Minh họa bằng đồ thị:



Hình 6.6

Chú ý. Phương pháp giải phương trình lôgarit bằng cách đưa về cùng cơ số:
Nếu $u, v > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a u = \log_a v \Leftrightarrow u = v$.

Ví dụ 3. Giải phương trình: $4 + 3\log(2x) = 16$.

Ví dụ 4. Giải phương trình: $\log_3(x+1) = \log_3(x^2-1)$.

Luyện tập 2. Giải các phương trình sau:

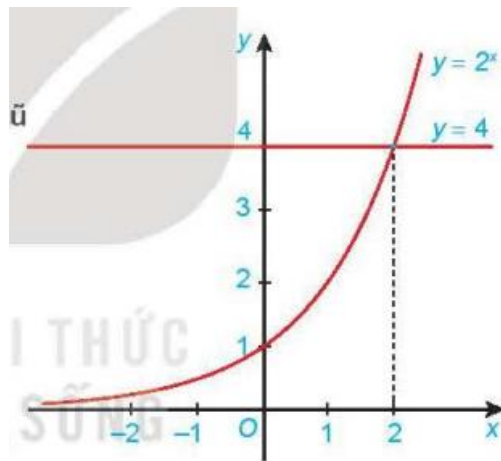
a) $4 - \log(3-x) = 3$;

b) $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 1$

3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

HD3. Nhận biết nghiệm của bất phương trình mũ

Cho đồ thị của các hàm số $y = 2^x$ và $y = 4$ như Hình 6.7. Tìm khoảng giá trị của x mà đồ thị hàm số $y = 2^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 4$ và từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4$.



- Bất phương trình mũ cơ bản** có dạng $a^x > b$ (hoặc $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$) với $a > 0, a \neq 1$.
- Xét bất phương trình dạng $a^x > b$:
 - Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.
 - Nếu $b > 0$ thì bất phương trình tương đương với $a^x > a^{\log_a b}$.
Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > \log_a b$.
Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $x < \log_a b$.

Chú ý

a) Các bất phương trình mũ cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu $a > 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u > v$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u < v$.

Ví dụ 5: Giải bất phương trình: $16^x > \frac{1}{8}$.

Ví dụ 6: Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Luyện tập 3: Giải các bất phương trình sau:

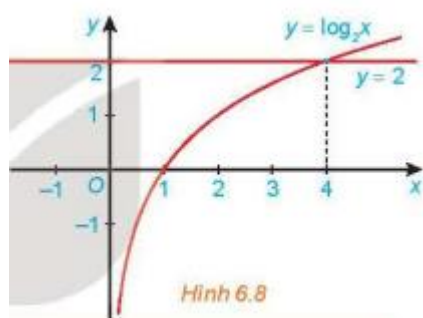
a) $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x}$;

b) $3 \cdot 2^{x-1} \leq 1$.

4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

HD4. Nhận biết nghiệm của bất phương trình lôgarit

Cho đồ thị các hàm số $y = \log_2 x$, $y = 2$ như Hình 6.8. Tìm khoảng giá trị của x mà đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 2$ và từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$.



- **Bất phương trình lôgarit cơ bản** có dạng $\log_a x > b$ (hoặc $\log_a x \geq b, \log_a x < b, \log_a x \leq b$) với $a > 0, a \neq 1$.
- Xét bất phương trình dạng $\log_a x > b$:

Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > a^b$.

Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $0 < x < a^b$.

Chú ý

a) Các bất phương trình lôgarit cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu $a > 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow 0 < u < v$.

Ví dụ 7. Giải bất phương trình: $\log_{0,3}(x+1) \leq \log_{0,3}(2x-1)$.

Luyện tập 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{7}}(x+1) > \log_7(2-x)$;

b) $2\log(2x+1) > 3$.

Vận dụng. Áp suất khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Đưa về cùng cơ số

1. Phương pháp

$$\triangleright a^{A(x)} = a^{B(x)} \Leftrightarrow A(x) = B(x), (a > 0, a \neq 1)$$

$$\triangleright \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad a > 0, a \neq 1$$

$$\triangleright a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Giải các phương trình mũ sau

$$\text{a) } 3^{x^2-4x+5} = 9 \quad \text{b) } 1,5^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \quad \text{c) } 2^{2x-1} + 4^{x+2} = 10$$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_3(2x+1) &= \log_3 5 & \text{b) } \log_2(x+3) &= \log_2(2x^2-x-1) \\ \text{c) } \log_5(x-1) &= 2 & \text{d) } \log_2(x-5) + \log_2(x+2) &= 3 \end{aligned}$$

Ví dụ 1: Giải bất phương trình mũ sau: $3^{x^2-x} \leq 3^{1-x}$

Ví dụ 3: Giải bất phương trình mũ sau: $\left(\frac{2}{5}\right)^{4x} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^{2-x}$

Ví dụ 4: Giải bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{-x^2+3}$.

Ví dụ 5: Giải bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0$

Dạng 2: Phương pháp đặt ẩn phụ

1. Phương pháp

$$\alpha a^{2x} + \beta a^x + \gamma = 0. \text{ Đặt } t = a^x, (t > 0)$$

$$\alpha \log_a^2 x + \beta \log_a x + \gamma = 0. \text{ Đặt } t = \log_a x, (x > 0)$$

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 &= 0 & \text{b) } 9^x - 3 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x &= 0 \\ \text{c) } 5^x + 5^{1-x} - 6 &= 0 & \text{d) } 25^x - 2 \cdot 5^x - 15 &= 0 \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 &= 0 \\ \text{b) } 4\log_9 x + \log_x 3 - 3 &= 0 \end{aligned}$$

Ví dụ 3: Giải bất phương trình mũ sau: $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 16 \geq 0$

Ví dụ 4: Giải bất phương trình sau: $(7+4\sqrt{3})^x - 3(2-\sqrt{3})^x + 2 \leq 0$

Dạng 3: Logarit hóa, mũ hóa

1. Phương pháp

$$a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}.$$

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^b \end{cases}$$

$$a^{f(x)} > b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < \log_a b \\ a > 1 \\ f(x) > \log_a b \end{cases}$$

$$a^{f(x)} > b^{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \cdot \log_a b \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \cdot \log_a b \end{cases}$$

$$\log_a f(x) > b \Rightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > a^b \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < a^b \end{cases}$$

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Giải phương trình sau

a) $3^x = 2$ b) $2^x \cdot 3^x = 1$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau:

a) $\ln(x+3) = -1 + \sqrt{3}$

b) $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$

Ví dụ 3: Giải bất phương trình $2^{x^2-4} \geq 5^{x-2}$.

Ví dụ 4: Giải bất phương trình logarit sau: $\log_8(4 - 2x) \geq 2$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 6.20. Giải các phương trình sau:

a) $3^{x-1} = 27$; b) $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$;

c) $\sqrt{3}e^{3x} = 1$; d) $5^x = 3^{2x-1}$.

Bài 6.21. Giải các phương trình sau:

a) $\log(x+1) = 2$; b) $2\log_4 x + \log_2(x-3) = 2$;

c) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 4x$; d) $\log_3(x^2 - 3x + 2) = \log_3(2x - 4)$.

Bài 6.22. Giải các bất phương trình sau:

a) $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x}$; b) $2,5^{2x+1} \leq 3$;

c) $\log_3(x+7) \geq -1$; d) $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1)$.

Bài 6.23. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm là:

Bài 6.24. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau: $N(t) = 500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con?

Bài 6.25. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}\text{C})$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức:

$T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại 30°C ?

Bài 6.26. Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lít) của một dung dịch có độ pH là 8 .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Câu 2: Phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 3: Phương trình $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2 (x+2)$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\log_3 (x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}} (2x+3) = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 5: Tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$ là

- A. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. B. $S = \{2\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$.

Câu 6: Cho phương trình $(7+4\sqrt{3})^{x^2+x-1} = (2+\sqrt{3})^{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có hai nghiệm không dương.
B. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu.
D. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\log_2 (x+1) + 1 = \log_2 (3x-1)$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 8: Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3 (x-1) - \log_{\frac{1}{3}} (x-5)^3 = 3$ là

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^{x+1} \cdot 4^{x-1} \cdot \frac{1}{8^{1-x}} = 16^x$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

- Câu 10:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18$ bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.
- Câu 11:** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng
A. 0. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.
- Câu 12:** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Tính $P = x_1 + x_2$.
A. 6. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 13:** Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_3 x \cdot \log_2 3 + 2 = 0$
A. 20 **B.** 18 **C.** 6 **D.** 25
- Câu 14:** Phương trình $6^{2x-1} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.
A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 15:** Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .
A. $T = 4$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 84$. **D.** $T = -4$.
- Câu 16:** Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2
- Câu 17:** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.
- Câu 18:** Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - \log_2(2018x) - 2019 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 x_2$ bằng
A. $\log_2 2018$ **B.** 0,5 **C.** 1 **D.** 2
- Câu 19:** Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x^2 - \log_4(4x^2) - 5 = 0$.
A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 3
- Câu 20:** Cho phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$. Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình nào dưới đây?
A. $t^2 - 1 = 0$ **B.** $t^2 + t - 2 = 0$ **C.** $t^2 - 2 = 0$ **D.** $2t^2 + 2t - 1 = 0$
- Câu 21:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^x + 3^{4-x} = 30$ bằng
A. 3. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 27.
- Câu 22:** Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$
A. $T = 64$. **B.** $T = 32$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = 16$.
- Câu 23:** Phương trình $3 \cdot 9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-1} + 3 = 0$ có tổng các nghiệm thực là:
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.
- Câu 24:** Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
A. 13 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

- Câu 25:** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$?
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 26:** Tìm giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.
- A. $m = -4$ B. $m = 44$ C. $m = 81$ D. $m = 4$
- Câu 27:** Số nghiệm của phương trình $(x-2)[\log_{0.5}(x^2 - 5x + 6) + 1] = 0$ là
- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 28:** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là
- A. $\{0\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{1\}$.
- Câu 29:** Nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$ là
- A. 5. B. 21. C. 101. D. 1025.
- Câu 30:** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$ là:
- A. $\{16\}$. B. $\{\sqrt{2}\}$. C. $\{4\}$. D. $\{2\sqrt{2}\}$.
- Câu 31:** Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 3^{2x+3}$ bằng
- A. $-3\log_2 3$. B. $-\log_2 54$. C. -4 . D. $1 - \log_2 3$.
- Câu 32:** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng
- A. $2 - \log_5 2$. B. $-2 + \log_5 2$. C. $2 + \log_5 2$. D. $2 - \log_2 5$.
- .
- Câu 33:** Phương trình $27^{\frac{x-1}{x}} \cdot 2^x = 72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x = -\log_a b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính tổng $S = a + b$.
- A. $S = 4$. B. $S = 5$. C. $S = 6$. D. $S = 8$.
- Câu 34:** Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$
- A. 2. B. 1. C. 5. D. -6.
- Câu 35:** Phương trình $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $P = x_1 + x_2 + x_1 x_2$.
- A. 11. B. 9. C. 3. D. 2.
- Câu 36:** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1$ bằng
- A. 4 B. 1 C. 0 D. 3
- Câu 37:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $4^x - (m+3) \cdot 2^{x+1} + m+9 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.
- A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.
- Câu 38:** Cho phương trình $4^x - 2^{x+2} + m - 2 = 0$ với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $0 \leq x_1 < x_2$?
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 39: Phương trình $(1+\sqrt{2})^x + (1-2a)(\sqrt{2}-1)^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{1+\sqrt{2}} 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $a \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $a \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $a \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 40: Cho phương trình $4^{x+1} - (8m+5)2^x + 2m+1 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m \in (1; 3)$. B. $m \in (-5; -3)$. C. $m \in (-3; 0)$. D. $m \in (0; 1)$.

Câu 41: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) = 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$. Tổng các giá trị của S bằng

- A. 33. B. 24. C. 15. D. 5.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x^2-4x+3|} = m^4 - m^2 + 1$ có 4 nghiệm phân biệt?

- A. $0 < |m| < 1$. B. $|m| < 1$. C. $m > -1$. D. $m < 0$.

Câu 43: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_4 x = \log_6 y = \log_9 (x+y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$.

Câu 44: Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Câu 45: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là:

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (1; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $S = (1; 3)$.

Câu 46: Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$ ta được tập nghiệm T . Tìm T .

- A. $T = [-2; 2]$. B. $T = [2; +\infty)$.
C. $T = (-\infty; -2]$. D. $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Câu 47: Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là:

- A. $T = (2; +\infty)$. B. $T = (0; 2)$. C. $T = (-\infty; 2)$. D. $T = \emptyset$.

Câu 48: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- A. $S = (3; 7]$. B. $S = [3; 7]$. C. $S = (-\infty; 7]$. D. $S = [7; +\infty)$.

Câu 49: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{-x^2+3x} < 4$

- A. $S = (\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 50: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 51: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

- A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(0; 16)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 52: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2 < 2 \ln(4x+4)$ là:

- A. $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$. B. $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$. C. $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. D. $\left(-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

Câu 53: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < \log_2(12-3x)$ là:

- A. $(0; 6)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(0; 3)$.

Câu 54: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+5) > \log_2(x-1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10?

- A. 9. B. 15. C. 8. D. 10.

Câu 55: Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 56: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}(9-x)$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(3; 9)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(0; 3)$.

Câu 57: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{4-\sqrt{3}}(9x-5) < \log_{4-\sqrt{3}}(3x+1)$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(\frac{5}{9}; 1\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{9}\right)$.

Câu 58: Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$. D. $(3; 4]$.

Câu 59: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 60: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là:

- A. $(-\infty; -5)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-5; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 61: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \leq \left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}$ là

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = [1; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 62: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3\right)$. C. $(-\infty; \log_2 3]$. D. $\left(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty\right)$.

Câu 63: Giải bất phương trình $3^{x^2} < 2^x$

- A. $x \in (0; +\infty)$. B. $x \in (0; \log_2 3)$. C. $x \in (0; \log_3 2)$. D. $x \in (0; 1)$.

Câu 64: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3\right)$. C. $(-\infty; \log_2 3]$. D. $\left(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty\right)$.

Câu 65: Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 5^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x \log_2 5 > 0$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x \log_5 2 > 0$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x \ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$.

Câu 66: Giải bất phương trình $\log_3(2x-1) > 3$

- A. $x > 4$. B. $x > 14$ C. $x < 2$. D. $2 < x < 14$.

Câu 67: Giải bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$ ta được nghiệm là

- A. $\frac{1}{2} < x < 5$. B. $x > \frac{1}{5}$. C. $x < 5$. D. $x > 5$.

Câu 68: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) < 0$?

- A. $x = 0$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $-1 < x < 0$.

Câu 69: Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là:

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Câu 70: Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-1) \geq 0$ có tập nghiệm là?

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $(1; +\infty)$ D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 71: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(9-x) \leq 3$.

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 72: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 73: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là:

- A. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$. B. $S = \emptyset$.
C. $S = \mathbb{R}$. D. $P = [-5; 5]$.

Câu 74: Số nghiệm thực nguyên của bất phương trình $\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 75: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x-1} > 2$.

- A. $S = (1; 1 + \sqrt{2})$. B. $S = (1; 9)$. C. $S = (1 + \sqrt{2}; +\infty)$. D. $S = (9; +\infty)$.

Câu 76: Bất phương trình $\max \left\{ \log_3 x, \log_{\frac{1}{2}} x \right\} < 3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 27)$. B. $(8; 27)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 27\right)$. D. $(27; +\infty)$.

Câu 77: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (\log_2 (x^2 - 1)) \leq -1$ là:

- A. $S = [1; \sqrt{5}]$. B. $S = (-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.
C. $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$. D. $S = [-\sqrt{5}; -1) \cup (1; \sqrt{5}]$.

Câu 78: Cho phương trình $3^{2x+10} - 6 \cdot 3^{x+4} - 2 < 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$ ($t > 0$) thì (1) trở thành phương trình nào?

- A. $9t^2 - 6t - 2 < 0$. B. $t^2 - 2t - 2 < 0$. C. $t^2 - 18t - 2 < 0$. D. $9t^2 - 2t - 2 < 0$.

Câu 79: Cho phương trình $25^{x+1} - 26 \cdot 5^x + 1 > 0$. Đặt $t = 5^x$, $t > 0$ thì phương trình trở thành

- A. $t^2 - 26t + 1 > 0$. B. $25t^2 - 26t > 0$. C. $25t^2 - 26t + 1 > 0$. D. $t^2 - 26t > 0$.

Câu 80: Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 3t + 32 < 0$. B. $t^2 - 16t + 32 < 0$. C. $t^2 - 6t + 32 < 0$. D. $t^2 - 75t + 32 < 0$.

Câu 81: Cho phương trình $4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 \geq 0$. Khi đặt $t = 2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $t^2 + 8t - 3 \geq 0$. B. $2t^2 - 3 \geq 0$. C. $t^2 + 2t - 3 \geq 0$. D. $4t - 3 \geq 0$.

Câu 82: Khi đặt $t = \log_5 x$ thì bất phương trình $\log_5^2(5x) - 3 \log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0$ trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 6t - 4 \leq 0$. B. $t^2 - 6t - 5 \leq 0$. C. $t^2 - 4t - 4 \leq 0$. D. $t^2 - 3t - 5 \leq 0$.

Câu 83: Bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = [10; 10^{2018}]$. B. $S = [10; 10^{2018})$. C. $S = [1; 2018]$. D. $S = (10; 10^{2018})$.

Câu 84: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2^2 x - 8 \log_2 \sqrt{x} + 3 < 0$

- A. 5. B. 1. C. 7. D. 4.

Câu 85: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$

- A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. B. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $S = [2; 16]$.

Câu 86: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 87: Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là:

A. $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

D. $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 88: Biết $S = [a; b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tìm $T = b - a$.

A. $T = \frac{8}{3}$.

B. $T = 1$.

C. $T = \frac{10}{3}$.

D. $T = 2$.

Câu 89: Nghiệm của bất phương trình $5^{2\sqrt{x}} + 5 < 5^{1+\sqrt{x}} + 5^{\sqrt{x}}$ là.

A. $0 \leq x \leq 1$.

B. $0 < x < 1$.

C. $0 < x \leq 1$.

D. $0 \leq x < 1$.

Câu 90: Bất phương trình $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$ có nghiệm là:

A. $1 < x < 2$.

B. $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$.

C. $x < 1$ hoặc $x > 2$.

D. Vô nghiệm.

Câu 91: Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x .

A. $m \in (-5 - 2\sqrt{3}; -5 + 2\sqrt{3})$.

B. $m < -\frac{3}{2}$.

C. $m \leq -\frac{3}{2}$.

D. $m \neq 2$.

Câu 92: Cho Hàm số $f(x) = \frac{3^{x-2}}{7^{x^2-4}}$. Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?

A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x-2)\log 3 - (x^2-4)\log 7 > 0$.

B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x-2)\log_{0,3} 3 - (x^2-4)\log_{0,3} 7 > 0$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow (x-2)\ln 3 - (x^2-4)\ln 7 > 0$.

D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x-2 - (x^2-4)\log_3 7 > 0$.

Câu 93: Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \geq \frac{1}{3^x}$ là một đoạn $[a; b]$ ta có $a+b$ bằng:

A. $a+b=11$.

B. $a+b=9$.

C. $a+b=12$.

D. $a+b=10$.

Câu 94: Cho bất phương trình $25^x + 15^x - 2 \cdot 9^x \leq m \cdot 3^x (5^x - 3^x)$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[0; 1]$ là

A. $m \leq \frac{11}{2}$.

B. $m > \frac{11}{2}$.

C. $m < \frac{11}{3}$.

D. $m \geq \frac{11}{3}$.

Câu 95: Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

A. 3.

B. 8.

C. 2.

D. 4.

Câu 96: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[0; 2019]$ của tham số m để phương trình $4^x - (m+2018)2^x + (2019+3m) = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 2016

B. 2019.

C. 2013

D. 2018.

- Câu 97:** Giả sử phương trình $\log_2^2(2x) - 3\log_2 x - 2 = 0$ có một nghiệm dạng $x = 2^{\frac{a+\sqrt{b}}{c}}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ và $b < 20$. Tính tổng $a + b + c^2$.
A. 10. **B.** 11. **C.** 18. **D.** 27.
- Câu 98:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log^2|\cos x| - m\log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm.
A. $m \in (\sqrt{2}; 2)$. **B.** $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. **C.** $m \in (-\sqrt{2}; 2)$. **D.** $m \in (-2; \sqrt{2})$.
- Câu 99:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x-1} + 5m^2 - 44 = 0$ có hai nghiệm đối nhau. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 100:** Cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Giá trị của m thuộc khoảng
A. $(9; +\infty)$. **B.** $(3; 9)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(1; 3)$.
- Câu 101:** Cho phương trình $(m-5) \cdot 3^x + (2m-2) \cdot 2^x \cdot \sqrt{3^x} + (1-m) \cdot 4^x = 0$, tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $S = a + b$.
A. $S = 4$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 8$.
- Câu 102:** Cho phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_2 - 81x_1 < 0$.
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.
- Câu 103:** Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a) \cdot (2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$. Khi đó a thuộc khoảng
A. $(-\infty; -\frac{3}{2})$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(\frac{3}{2}; +\infty)$. **D.** $(-\frac{3}{2}; +\infty)$.
- Câu 104:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ (1) có đúng 3 nghiệm phân biệt.
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 105:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để **không** tồn tại bộ số thực (x, y) nào thỏa mãn đồng thời các hệ thức $x^2 + (y-2)^2 \leq 9$ và $\log_{x^2+y^2+1}(2mx + 2y + m - 2) \geq 1$. Số phần tử của S là:
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.