

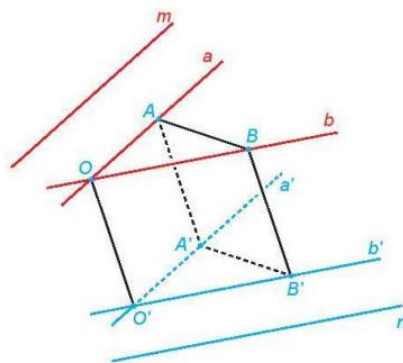
CHƯƠNG VII: QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 22: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

HD1. Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau m và n . Từ hai điểm phân biệt O, O' tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng a, b , và a', b' tương ứng song song với m, n (H.7.2).



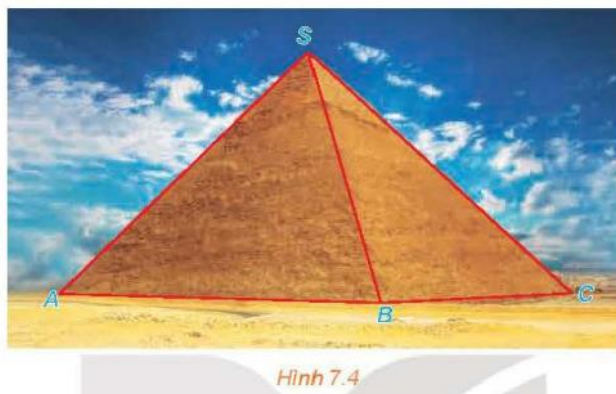
Hình 7.2

- Mỗi cặp đường thẳng a, a' và b, b' có cùng thuộc một mặt phẳng hay không?
- Lấy các điểm A, B (khác O) tương ứng thuộc a, b . Đường thẳng qua A song song với OO' cắt a' tại A' , đường thẳng qua B song song với OO' cắt b' tại B' . Giải thích vì sao $OAA'O'$, $OBB'O'$, $ABB'A'$ là các hình bình hành.
- So sánh góc giữa hai đường thẳng a, b và góc giữa hai đường thẳng a', b' .
(Gợi ý: Áp dụng định lý côsin cho các tam giác OAB , $O'A'B'$).

Ví dụ 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các mặt là các hình vuông. Tính các góc (AA', CD) , $(A'C', BD)$, (AC, DC') .

Vận dụng. Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỷ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng $230m$, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng $219m$ (kích thước hiện nay). (Theo *britannica.com*).

Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp H.7.4



Hình 7.4

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

HD2. Đối với hai cánh cửa trong Hình 7.5, tính góc giữa hai đường mép cửa BC và MN .

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (H.7.6)

- a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AC và $B'D'$.
b) Chứng minh rằng AC và $B'D'$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $ABCD$ là một hình thoi.

Luyện tập 1. Cho tam giác MNP vuông tại N và một điểm A nằm ngoài mặt phẳng (MNP) . Lần lượt lấy

các điểm B, C, D sao cho M, N, P tương ứng là trung điểm của AB, AC, CD (H.7.7). Chứng minh rằng AD

và BC vuông góc với nhau và chéo nhau.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Tính góc giữa hai đường thẳng

1. Phương pháp

- Lấy điểm O tùy ý (ta có thể lấy điểm O thuộc một trong hai đường thẳng), qua đó vẽ các đường thẳng lần lượt song song (hoặc trùng) với hai đường thẳng đã cho.
- Tính một góc trong các góc được tạo bởi giữa hai đường thẳng cắt nhau tại O .
- Nếu góc đó nhọn thì đó là góc cần tìm, nếu góc đó tù thì góc cần tính là góc bù với góc đã tính.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi I là trung điểm của BC . Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng DI và AB .

Ví dụ 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định Góc tạo bởi hai đường thẳng BD và CD' .

Ví dụ 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . Cho biết

$AB = CD = 2a$ và $MN = a\sqrt{3}$. Xác định góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD

Ví dụ 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tính số đo của góc hợp bởi IJ và SB .

Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian

1. Phương pháp

Cách 1: Dùng định nghĩa: $a \perp b \Leftrightarrow (a, b) = 90^\circ$

Cách 2: Dùng định lí: $\begin{cases} b // c \\ a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp b$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC$, $SAC = SAB$. Chứng minh SA vuông góc với BC .

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$ có sáu mặt đều là các hình vuông. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- a) Chứng minh: $EF \perp BD$, $EF \perp AM$.
b) Tính góc giữa EF và AQ .

Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$.

Chứng minh rằng $SA \perp BC$, $SB \perp AC$ và $SC \perp AB$.

C. BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 7.1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đáy là các tam giác đều. Tính góc $(AB, B'C')$.

Bài 7.2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng tứ diện $ACB'D'$ có các cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.

Bài 7.3. Cho tứ diện $ABCD$ có $CBD = 90^\circ$.

a) Gọi M, N tương ứng là trung điểm của AB, AD . Chứng minh rằng MN vuông góc với BC .

b) Gọi G, K tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD . Chứng minh rằng GK vuông góc với BC .

Bài 7.4. Đối với nhà gỗ truyền thống, trong các cấu kiện hoành, quá giang, xà cái, rui, cột tương ứng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 như trong Hình 7.8, những cặp cấu kiện nào vuông góc với nhau?



Hình 7.8

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng P , trong đó $a \perp P$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu $b \perp P$ thì $b // a$.
- B. Nếu $b // P$ thì $b \perp a$.
- C. Nếu $b // a$ thì $b \perp P$.
- D. Nếu $b \perp a$ thì $b // P$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 45° .
- D. 120° .

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AC và DA' là:

- A. 45° .
- B. 90° .
- C. 60° .
- D. 120° .

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

- A. $AB'C$.
- B. $DA'C'$.
- C. $BB'D$.
- D. BDB' .

- Câu 6:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **sai**?
- A. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° . B. Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60° .
 C. Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45° . D. Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90° .
- Câu 7:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc IE, JF bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc IJ, CD bằng:
- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA=x$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng a . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và SC .
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 10:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=a, BD=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .
- A. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. C. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD . Mặt phẳng P song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
- A. Hình thang. B. Hình bình hành.
 C. Hình chữ nhật. D. Tứ giác không phải hình thang.
- Câu 12:** phẳng khác nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, CB, BC' và $C'A$. Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình vuông. D. Hình thang.
- Câu 13:** Cho tứ diện $ABCD$ trong đó $AB=6, CD=3$, góc giữa AB và CD là 60° và điểm M trên BC sao cho $BM=2MC$. Mặt phẳng P qua M song song với AB và CD cắt BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q . Diện tích $MNPQ$ bằng:
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 14:** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với $CD, AB=4, CD=6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=2BM$. Mặt phẳng P đi qua M song song với AB và CD . Diện tích thiết diện của P với tứ diện là:
- A. 5. B. 6. C. $\frac{17}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.
- Câu 15:** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với $CD, AB=CD=6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=x, BC=1$ với $0 < x < 1$. Mặt phẳng P song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q . Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?
- A. 9. B. 11. C. 10. D. 8.