

BÀI 23: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

HĐ1. Đối với cánh cửa như trong Hình 7.10, khi đóng – mở cánh cửa, ta coi mép dưới BC của cánh cửa luôn sát sàn nhà (khe hở không đáng kể).

a) Từ quan sát trên, hãy giải thích vì sao đường thẳng AB vuông góc với mọi đường thẳng đi qua B trên sàn nhà.

b) Giải thích vì sao đường thẳng AB vuông góc với mọi đường thẳng trên sàn nhà.

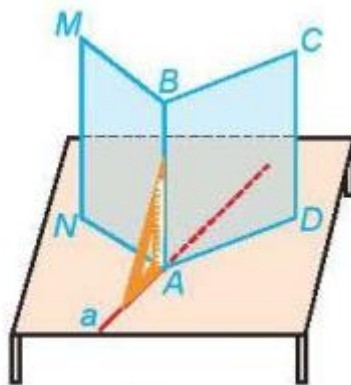


Hình 7.10

HĐ2. Gấp tấm bìa cứng hình chữ nhật sao cho nếp gấp chia tấm bìa thành hai hình chữ nhật, sau đó đặt nó lên mặt bàn như Hình 7.11.

a) Bằng cách trên, ta tạo được đường thẳng AB vuông góc với hai đường thẳng nào thuộc mặt bàn?

b) Trên mặt bàn, qua điểm A kẻ một đường thẳng a tùy ý. Dùng ê ke, hãy kiểm tra trên mô hình xem AB có vuông góc với a hay không.



Hình 7.11

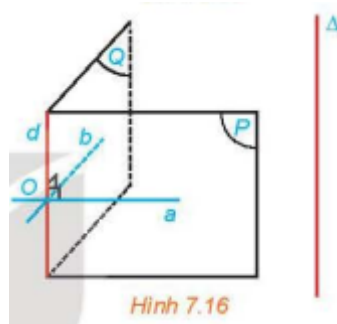
Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh SA vuông góc với các cạnh AB, AC . Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$.

Luyện tập 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$ và $SB = SD$ (H.7.14). Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

Vận dụng. Khi làm cột treo quần áo, ta có thể tạo hai thanh để thẳng đặt dưới sàn nhà và dựng cột treo vuông góc với hai thanh đế đó (H.7.15). Hãy giải thích vì sao bằng cách đó ta có được cột treo vuông góc với sàn nhà.

2. TÍNH CHẤT

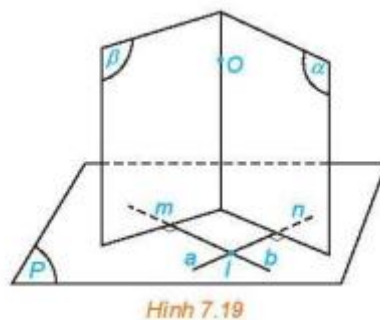
HĐ3. Cho điểm O và đường thẳng Δ không đi qua O . Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với Δ . Xét hai mặt phẳng phân biệt tùy ý (P) và (Q) cùng chứa d . Trong các mặt phẳng $(P), (Q)$ tương ứng kẻ các đường thẳng a, b cùng đi qua O và vuông góc với d (H.7.16). Giải thích vì sao $mp(a, b)$ đi qua O và vuông góc với Δ .



Ví dụ 2. Chứng minh rằng điểm M cách đều hai điểm phân biệt A, B cho trước khi và chỉ khi M thuộc mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB .

HĐ4. Cho mặt phẳng (P) và điểm O . Trong mặt phẳng (P) , lấy hai đường thẳng cắt nhau a, b tùy ý. Gọi $(\alpha), (\beta)$ là các mặt phẳng qua O và tương ứng vuông góc với a, b (H.7.19).

- Giải thích vì sao hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ cắt nhau theo một đường thẳng đi qua O .
- Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa Δ và (P) .



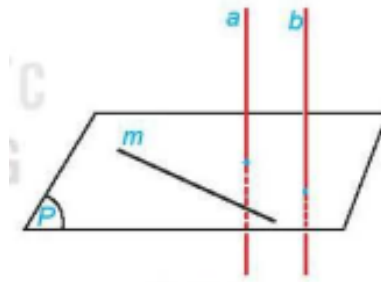
Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Luyện tập 2. Cho ba điểm phân biệt A, B, C sao cho các đường thẳng AB và AC cùng vuông góc với

Ví dụ 3. Cho điểm A nằm ngoài mặt phẳng (P) . Giải thích vì sao có duy nhất điểm H thuộc (P) sao cho đường thẳng AH vuông góc với (P) .

3. LIÊN HỆ GIỮA QUAN HỆ SONG SONG VÀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

HĐ5. Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với đường thẳng b . Lấy một đường thẳng m bất kì thuộc mặt phẳng (P) . Tính (b, m) và từ đó rút ra mối quan hệ giữa b và (P) .

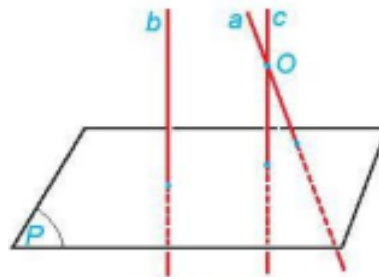


Hình 7.20

HĐ6. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng vuông góc với mặt phẳng (P) . Xét O là một điểm thuộc a nhưng không thuộc b . Gọi c là đường thẳng qua O và song song với b .

a) Hỏi c có vuông góc với (P) hay không? Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa a và c .

b) Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng a và b .

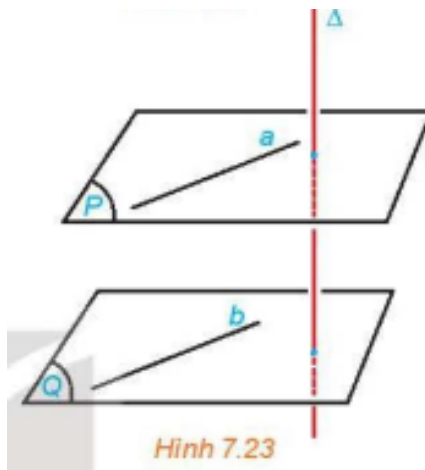


Hình 7.21

- Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì các đường thẳng song song với a cũng vuông góc với (P) .
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Ví dụ 4. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC tương ứng vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC . Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

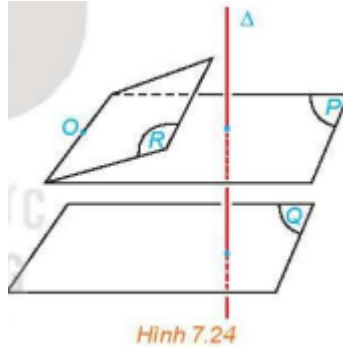
HĐ7. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và đường thẳng Δ vuông góc với (P) . Gọi b là một đường thẳng bất kì thuộc (Q) . Lấy một đường thẳng a thuộc (P) sao cho a song song với b (H.7.23). So sánh (Δ, b) và (Δ, a) . Từ đó rút ra mối quan hệ giữa Δ và (Q) .



Hình 7.23

HD 8. Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) cùng vuông góc với đường thẳng Δ . Xét O là một điểm thuộc mặt phẳng (P) nhưng không thuộc mặt phẳng (Q) . Gọi (R) là mặt phẳng đi qua O và song song với (Q) (H.7.24).

- a) Hỏi (R) có vuông góc với Δ hay không? Nêu nhận xét về vị trí tương đối giữa (P) và (R) .
b) Nêu vị trí tương đối giữa (P) và (Q) .



- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P) .
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC . Đường thẳng qua S vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H . Chứng minh rằng $SH \perp (MNP)$.

Luyện tập 3. Một chiếc bàn có các chân cùng vuông góc với mặt phẳng chứa mặt bàn và mặt phẳng chứa mặt sàn. Hỏi hai mặt phẳng đó có song song với nhau hay không? Vì sao?

HD9. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) . Tính (Δ, a) .

HD10. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một đường thẳng Δ .

- a) Qua một điểm O thuộc (P) , kẻ đường thẳng a' song song với a . Nêu vị trí tương đối giữa a' và (P) .
b) Nêu vị trí tương đối giữa a và (P) .

- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ vuông góc với mọi đường thẳng song song với (P)
- Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một đường thẳng Δ thì a nằm trong (P) hoặc song song với (P) .

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SB, BC . Chứng minh rằng $BD \perp MN$.

Luyện tập 4. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $SC \perp (MBD)$ và $AH \parallel (MBD)$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

1. Phương pháp giải:

Để chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) ta chứng minh:

- d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P) .
- d song song với đường thẳng a mà a vuông góc với (P) .

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và BCD là hai tam giác cân có chung đáy BC . Điểm I là trung điểm của cạnh BC .

a) Chứng minh $BC \perp (ADI)$.

b) Gọi AH là đường cao trong tam giác ADI . Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các đường thẳng SB và SD .

a) Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$, $CD \perp (SAD)$.

b) Chứng minh rằng $AM \perp (SBC)$, $AN \perp (SCD)$.

c) Chứng minh rằng $SC \perp (AMN)$ và $MN \parallel BD$.

d) Gọi K là giao điểm của SC với mặt phẳng (AMN) . Chứng minh rằng tứ giác $AMKN$ có hai đường chéo vuông góc.

Ví dụ 3. Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB , AC , AD đôi một vuông góc.

a) Chứng minh hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên mặt phẳng (BCD) trùng với trực tâm của tam giác BCD .

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$.

c) Chứng minh rằng tam giác BCD có 3 góc nhọn.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, các tam giác ABC và SBC là các tam giác nhọn. Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng:

a) AH , SK , BC đồng quy.

b) $SC \perp (BHK)$.

c) $HK \perp (SBC)$.

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có $SA = SC$, $SB = SD$.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Gọi I , K lần lượt là trung điểm của BA và BC . Chứng minh rằng $IK \perp (SBD)$ và $IK \perp SD$.

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều, SCD là tam giác vuông cân đỉnh S . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

- Tính các cạnh của tam giác SIJ , suy ra tam giác SIJ vuông.
- Chứng minh rằng $SI \perp (SCD)$; $SJ \perp (SAB)$.
- Gọi H là hình chiếu của S lên IJ , chứng minh rằng $SH \perp (ABCD)$.

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , điểm I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC . Trên đoạn CI và SA lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $MC = 2MI$, $NA = 2NS$. Biết $SH \perp (ABC)$, chứng minh $MN \perp (ABC)$.

Dạng 2: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc bằng cách chứng minh đường thẳng này vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng kia

1. Phương pháp giải:

- Muốn chứng minh đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b , ta đi tìm mặt phẳng (β) chứa đường thẳng b sao cho việc chứng minh $a \perp (\beta)$ dễ thực hiện.
- Sử dụng định lý ba đường vuông góc.

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho tứ diện đều $ABCD$. Chứng minh các cặp cạnh đối diện của tứ diện này vuông góc với nhau từng đôi một.

Ví dụ 2. Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$.

- Gọi I là trung điểm của đoạn AB , chứng minh $CI \perp AB$ và $DI \perp SC$.
- Chứng minh các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác vuông.

Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên CC' vuông góc với đáy và $CC' = a$.

- Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh $AI \perp BC'$.
- Gọi M là trung điểm của BB' . Chứng minh $BC' \perp AM$.
- Gọi K là điểm trên đoạn $A'B'$ sao cho $B'K = \frac{a}{4}$ và J là trung điểm của $B'C'$. Chứng minh rằng: $AM \perp MK$ và $AM \perp KJ$.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 7.5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng:

- $BC \perp (SAM)$;
- Tam giác SBC cân tại S .

Bài 7.6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác vuông.

Bài 7.7. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SD . Chứng minh rằng: $AM \perp (SBC), AN \perp (SCD), SC \perp (AMN)$.

Bài 7.8. Bạn Vinh thả quả dọi chìm vào thùng nước. Hỏi khi dây dọi căng và mặt nước yên lặng thì đường thẳng chứa dây dọi có vuông góc với mặt phẳng chứa mặt nước trong thùng hay không?

Bài 7.9. Một cột bóng rổ được dựng trên một sân phẳng. Bạn Hùng đo khoảng cách từ một điểm trên sân, cách chân cột 1 m đến một điểm trên cột, cách chân cột 1 m được kết quả là 1,5 m (H.7.27). Nếu phép đo của Hùng là chính xác thì cột có vuông góc với sân hay không? Có thể kết luận rằng cột không có phương thẳng đứng hay không?

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong α thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong α .
- B. Nếu đường thẳng $d \perp \alpha$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong α .
- C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong α thì $d \perp \alpha$.
- D. Nếu $d \perp \alpha$ và đường thẳng $a \parallel \alpha$ thì $d \perp a$.

Câu 2: Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng P , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mp P nếu:

- A. vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp P .
- B. vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mp P .
- C. vuông góc với đường thẳng a nằm trong mp P .
- D. vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp P .

Câu 3: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
- C. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Câu 4: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng P , trong đó $a \perp P$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu $b \perp P$ thì $a \parallel b$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp P$.
- C. Nếu $b \subset P$ thì $b \perp a$. D. Nếu $a \perp b$ thì $b \parallel P$.

Câu 5: Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng P . Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $a \perp P$ và $b \perp a$ thì $b \parallel P$. B. Nếu $a \parallel P$ và $b \perp P$ thì $a \perp b$.
- C. Nếu $a \parallel P$ và $b \perp a$ thì $b \parallel P$. D. Nếu $a \parallel P$ và $b \perp a$ thì $b \perp P$.

Câu 6: Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.
- B. Nếu a vuông góc với mặt phẳng α và $b \parallel \alpha$ thì $a \perp b$.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.

D. Nếu $a \perp b$, $b \perp c$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng a, c .

Câu 7: Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

B. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.

C. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Với mỗi điểm $A \in \alpha$ và mỗi điểm $B \in \beta$ thì ta có đường thẳng AB vuông góc với giao tuyến d của α và β .

D. Nếu hai mặt phẳng α và β đều vuông góc với mặt phẳng γ thì giao tuyến d của α và β nếu có sẽ vuông góc với γ .

Câu 10: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.

B. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và đường thẳng b với b vuông góc với P .

C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng P bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng Q thì mặt phẳng P song song với mặt phẳng Q .

D. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng P bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng P thì a song song với b .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $CH \perp AK$.

B. $CH \perp SB$.

C. $CH \perp SA$.

D. $AK \perp SB$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác SAB . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp BC$. C. $AH \perp AC$. D. $AH \perp SC$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD và AH vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $CD \perp BD$. B. $AC = BD$. C. $AB = CD$. D. $AB \perp CD$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \perp SAC$. B. $CD \perp AC$. C. $SO \perp ABCD$. D. $CD \perp SBD$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $SA \perp BD$. B. $SC \perp BD$. C. $SO \perp BD$. D. $AD \perp SC$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy $ABCD$. Gọi I là trung điểm của SC . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $IO \perp ABCD$.
B. $BC \perp SB$.
C. Tam giác SCD vuông ở D .
D. SAC là mặt phẳng trung trực của BD .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, E là trung điểm của AB . Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $CE \perp SAB$. B. $CB \perp SAC$.
C. Tam giác SDC vuông tại D . D. $CE \perp SDC$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE , AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $SC \perp AFB$. B. $SC \perp AEC$. C. $SC \perp AED$. D. $SC \perp AEF$.

Câu 19: Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp ABC$. Gọi H , K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $BC \perp SAH$. B. $SB \perp CHK$. C. $HK \perp SBC$. D. $BC \perp SAB$.

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $A'BD$. B. $A'DC'$. C. $A'CD'$. D. $A'B'CD$.

Câu 21: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng ABC . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $OA \perp BC$. B. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.
C. H là trực tâm $\triangle ABC$. D. $3OH^2 = AB^2 + AC^2 + BC^2$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng α đi qua S vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp đã cho.

- A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $S = a^2\sqrt{3}$. D. $S = \frac{a^2}{2}$.

Câu 23: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tâm O ; $SO = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đoạn AO $M \neq A; M \neq O$. Mặt phẳng α đi qua M và vuông góc với AO . Đặt $AM = x$. Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = 2a^2$. B. $S = 2x^2$. C. $S = \frac{\sqrt{3}}{2} a - x^2$. D. $S = 2 a - x^2$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng α qua A và vuông góc với trung tuyến SI của tam giác SBC . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp đã cho.

- A. $S_{\Delta AMN} = \frac{2a^2\sqrt{21}}{49}$. B. $S_{\Delta AMN} = \frac{4a^2\sqrt{21}}{49}$.
C. $S_{\Delta AMN} = \frac{a^2\sqrt{21}}{7}$. D. $S_{\Delta AMN} = \frac{2a^2\sqrt{21}}{7}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng α qua trung điểm E của SC và vuông góc với AB . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp đã cho.

- A. $S_{EFGH} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{16}$. B. $S_{EFGH} = \frac{a^2\sqrt{7}}{32}$. C. $S_{EFGH} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$. D. $S_{EFGH} = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi α là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với SC . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp đã cho.

- A. $S_{\Delta BIH} = \frac{a^2\sqrt{15}}{10}$. B. $S_{\Delta BIH} = \frac{a^2\sqrt{5}}{8}$. C. $S_{\Delta BIH} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. D. $S_{\Delta BIH} = \frac{a^2\sqrt{15}}{20}$.

Câu 27: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b . Mặt phẳng α đi qua A và vuông góc với SC . Tìm hệ thức giữa a và b để α cắt SC tại điểm C_1 nằm giữa S và C .

- A. $a > b\sqrt{2}$. B. $a > b\sqrt{3}$. C. $a < b\sqrt{2}$. D. $a < b\sqrt{3}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , đáy lớn $AD = 8$, $BC = 6$, SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$, $SA = 6$. Gọi M là trung điểm AB . Gọi P là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB . Thiết diện của P và hình chóp có diện tích bằng:

- A. 10. B. 20. C. 15. D. 16.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tâm O , đường cao AA' ; $SO = 2a$. Gọi M là điểm thuộc đoạn OA' $M \neq A'; M \neq O$. Mặt phẳng α đi qua M và vuông góc với AA' . Đặt $AM = x$. Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp $S.ABC$.

- A. $S_{IJE} = -28x^2 - 6\sqrt{3}ax + 3a^2$. B. $S_{IJE} = 28x^2 - 6\sqrt{3}ax + 3a^2$.
C. $S = \frac{\sqrt{3}}{2} a - x^2$. D. $S = 2 a - x^2$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng α đi qua A vuông góc với SC . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi α với hình chóp đã cho.

- A. $S_{AMIN} = \frac{a^2\sqrt{6}}{7}$. B. $S_{AMIN} = \frac{12a^2\sqrt{6}}{35}$. C. $S_{AMIN} = \frac{6a^2\sqrt{6}}{35}$. D. $S_{AMIN} = \frac{a^2\sqrt{6}}{5}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = a\sqrt{2}$; $AA' = a$ và vuông góc với đáy. Mặt phẳng α qua M là trung điểm của BC và vuông góc với AB' . Thiết diện tạo bởi α với hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. Hình thang cân.

B. Hình thang vuông.

C. Tam giác.

D. Hình chữ nhật.