

BÀI 25: HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

HD1. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy hai đường thẳng a, a' cùng vuông góc với (P) , hai đường thẳng b, b' cùng vuông góc với (Q) . Tìm mối quan hệ giữa các góc (a, b) và (a', b') .



Hình 7.44

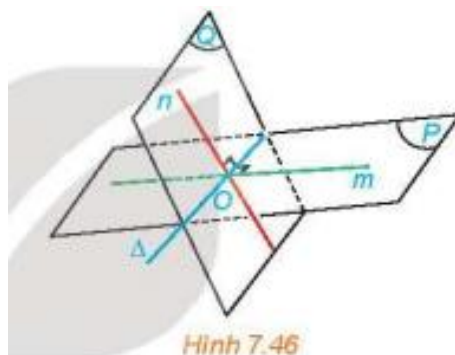
- Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy các đường thẳng a, b tương ứng vuông góc với $(P), (Q)$. Khi đó, góc giữa a và b không phụ thuộc vào vị trí của a, b và được gọi là **góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)** .
- Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là **vuông góc với nhau** nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Chú ý. Nếu φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) thì $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$.

? Góc giữa hai mặt phẳng bằng 0° khi nào, khác 0° khi nào?

Ví dụ 1. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy một điểm O bất kì thuộc đường thẳng Δ . Gọi m, n là các đường thẳng đi qua O , tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và vuông góc với Δ . Chứng minh rằng góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n .

Nhận xét. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy hai đường thẳng m, n tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và cùng vuông góc với Δ tại một điểm O (nói cách khác, lấy một mặt phẳng vuông góc với Δ , cắt $(P), (Q)$ tương ứng theo các giao tuyến m, n). Khi đó, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n . Đặc biệt, (P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi m vuông góc với n .



Hình 7.46

Luyện tập 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật có tâm O , $SO \perp (ABCD)$.

Chứng minh rằng hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $ABCD$ là một hình vuông.

2. ĐIỀU KIỆN HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

HĐ2. Cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng b vuông góc với mặt phẳng (Q) . Lấy một đường thẳng $a \perp (P)$ (H.7.47).

- Tính góc giữa a và b .
- Tính góc giữa (P) và (Q) .

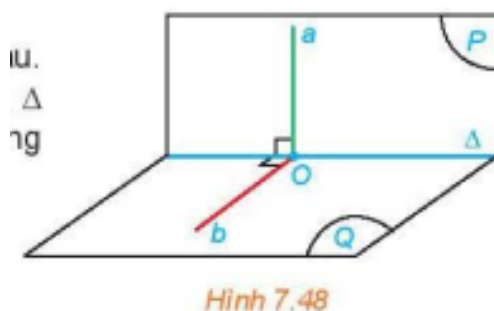
Ví dụ 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với OB và OC . Chứng minh rằng các mặt phẳng (OAB) và (OAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

Luyện tập 2. Trong HĐ1 của Bài 23, ta đã nhận ra rằng đường thẳng nối các bản lề của cửa phòng vuông góc với sàn nhà. Hãy giải thích vì sao trong quá trình đóng - mở, cánh cửa luôn vuông góc với sàn nhà.

3. TÍNH CHẤT HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

HĐ3. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Kẻ đường thẳng a thuộc (P) và vuông góc với giao tuyến Δ của (P) và (Q) . Gọi O là giao điểm của a và Δ . Trong mặt phẳng (Q) , gọi b là đường thẳng vuông góc với Δ tại O .

- Tính góc giữa a và b .
- Tìm mối quan hệ giữa a và (Q) .

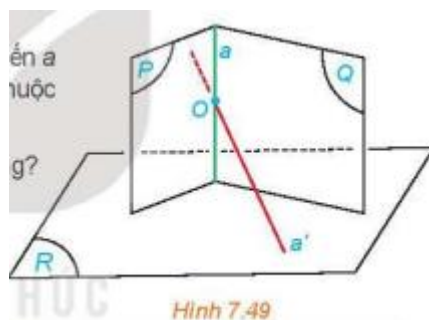


Với hai mặt phẳng vuông góc với nhau, bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

Nhận xét. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Mỗi đường thẳng qua điểm O thuộc (P) và vuông góc với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng đó thuộc mặt phẳng (P) .

HĐ4. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến a và cùng vuông góc với mặt phẳng (R) . Gọi O là một điểm thuộc a và a' là đường thẳng qua O và vuông góc với (R) .

- Hỏi a' có nằm trong các mặt phẳng (P) , (Q) hay không?
- Tìm mối quan hệ giữa a và a' .
- Tìm mối quan hệ giữa a và (R) .



Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SC, SD . Chứng minh rằng:

a) $(SBC) \perp (SAB), AB' \perp (SBC), AD' \perp (SCD)$.

b) Các điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

Luyện tập 3. Với giả thiết như ở Ví dụ 3, chứng minh rằng:

a) Các mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ cùng vuông góc với (SAC) ;

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ và vuông góc với AC .

4. GÓC NHỊ DIỆN

HD5. Một tài liệu hướng dẫn rằng đối với ghế bàn ăn, nên thiết kế lưng ghế tạo với mặt ghế một góc có số đo từ 100° đến 105° . Trong Hình 7.51, các tia Ox, Oy được vẽ tương ứng trên mặt ghế, lưng ghế đồng thời vuông góc với giao tuyến a của mặt ghế và lưng ghế.

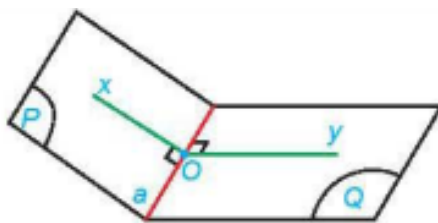
a) Theo tài liệu nói trên, góc nào trong hình nên có số đo từ 100° đến 105° ?

b) Nếu thiết kế theo hướng dẫn đó thì góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế có thể nhận số đo từ bao nhiêu đến bao nhiêu độ?



Hình 7.51

Từ một điểm O bất kì thuộc cạnh a của góc nhị diện $[P, a, Q]$ vẽ các tia Ox, Oy tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và vuông góc với a . Góc xOy được gọi là một **góc phẳng của góc nhị diện** $[P, a, Q]$ (gọi tắt là **góc phẳng nhị diện**). Số đo của góc xOy không phụ thuộc vào vị trí của O trên a , được gọi là số đo của góc nhị diện $[P, a, Q]$.



Hình 7.53

Mặt phẳng chứa góc phẳng nhị diện xOy của $[P, a, Q]$ vuông góc với cạnh a .

Chú ý

- Số đo của góc nhị diện có thể nhận giá trị từ 0° đến 180° . Góc nhị diện được gọi là vuông, nhọn, tù nếu nó có số đo tương ứng bằng, nhỏ hơn, lớn hơn 90° .

□ BÀI GIẢNG TOÁN 11-KNTT VỚI CS

- Đối với hai điểm M, N không thuộc đường thẳng a , ta kí hiệu $[M, a, N]$ là góc nhị diện có cạnh a và các mặt tương ứng chứa M, N .

Hai mặt phẳng cắt nhau tạo thành bốn góc nhị diện. Nếu một trong bốn góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì các góc nhị diện còn lại cũng là góc nhị diện vuông.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng

$$a, AC = a, SA = \frac{1}{2}a.$$

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC .

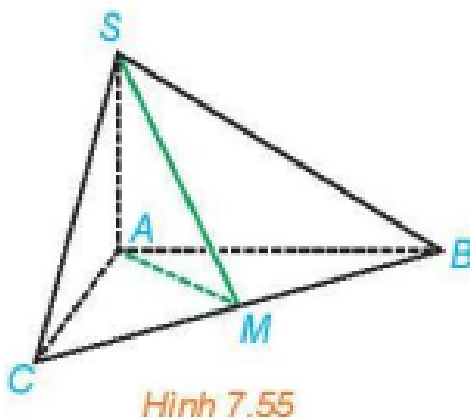
a) Tính số đo của các góc nhị diện $[B, SA, D]; [S, BD, A]; [S, BD, C]$.

b) Chứng minh rằng BHD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Luyện tập 4. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$, $SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC .

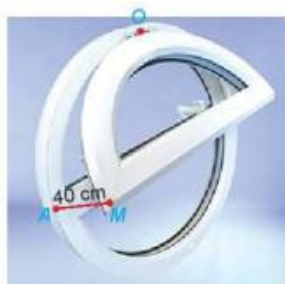
a) Chứng minh rằng SMA là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

b) Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.



Hình 7.55

Vận dụng 1. Trong cửa sổ ở Hình 7.56, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính 80 cm, bản lề được đính ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tính số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40$ cm.



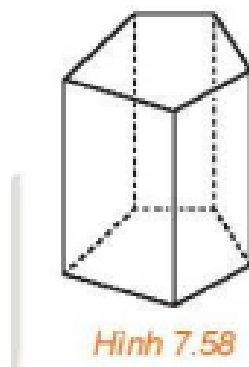
Hình 7.56

5. MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

Trong chương IV, ta đã biết khái niệm hình lăng trụ. Với các kiến thức về quan hệ vuông góc, ta có thể định nghĩa một số hình lăng trụ đặc biệt sau đây.

a) Hình lăng trụ đứng

Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

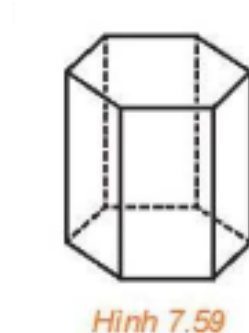


Hình 7.58

HD6. Các mặt bên của lăng trụ đứng là các hình gì và các mặt bên đó có vuông góc với mặt đáy không? Vì sao?

b) Hình lăng trụ đều

Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

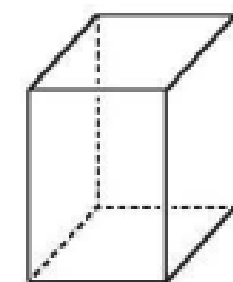


Hình 7.59

HD7. Các mặt bên của hình lăng trụ đều có phải là các hình chữ nhật có cùng kích thước hay không? Vì sao?

c) Hình hộp đứng

Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng, có đáy là hình bình hành.

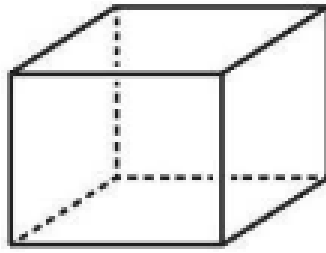


Hình 7.60

HD8. Trong 6 mặt của hình hộp đứng, có ít nhất bao nhiêu mặt là hình chữ nhật? Vì sao?

d) Hình hộp chữ nhật

Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.



Hình 7.61

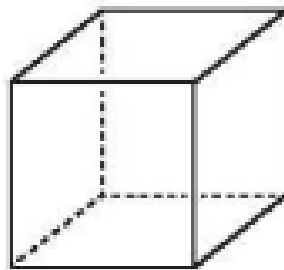
HĐ9.

- a) Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật? Vì sao?
b) Các đường chéo của hình hộp chữ nhật có bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường hay không? Vì sao?

Ví dụ 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $AA'CC'$ là một hình chữ nhật.

e) Hình lập phương

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.



Hình 7.63

HĐ10. Các mặt của một hình lập phương là các hình gì? Vì sao?

Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

Chú ý. Khi đáy của hình lăng trụ đứng (đều) là tam giác, tứ giác, ngũ giác,... đôi khi ta cũng tương ứng gọi rõ là hình lăng trụ đứng (đều) tam giác, tứ giác, ngũ giác,...

Ví dụ 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $A'BD$ là tam giác đều.

Vận dụng 2. Từ một tấm tôn hình chữ nhật, tại 4 góc bác Hùng cắt bỏ đi 4 hình vuông có cùng kích thước và sau đó hàn gắn các mép tại các góc như Hình 7.65. Giải thích vì sao bằng cách đó, bác Hùng nhận được chiếc thùng không nắp có dạng hình hộp chữ nhật.



Hình 7.65

6. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

HĐ11. Tháp lớn tại Bảo tàng Louvre ở Paris (H.7.66) (với kết cấu kính và kim loại) có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh bằng 34 m, các cạnh bên bằng nhau và có độ dài xấp xỉ 32,3 m (theo Wikipedia.org).

Giải thích vì sao hình chiếu của đỉnh trên đáy là tâm của đáy tháp.



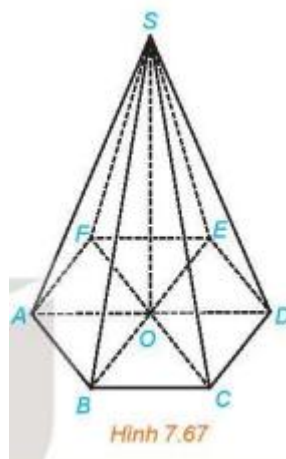
Hình 7.66

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Chú ý. Tương tự như đối với hình chóp, khi đáy của hình chóp đều là tam giác đều, hình vuông, ngũ giác đều,... đôi khi ta cũng gọi rõ chúng tương ứng là chóp tam giác đều, tứ giác đều, ngũ giác đều,...

HD12. Cho hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(A_1A_2 \dots A_n)$.

- Trong trường hợp hình chóp đã cho là đều, vị trí của điểm O có gì đặc biệt đối với tam giác đều $A_1A_2 \dots A_n$?
- Nếu đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là đều và O là tâm của đa giác đó thì hình chóp đã cho có gì đặc biệt?



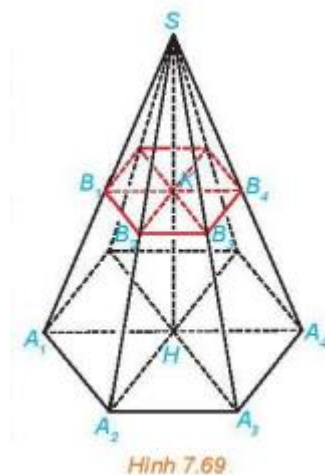
Hình 7.67

Ví dụ 7. Chứng minh rằng một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác đều và các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

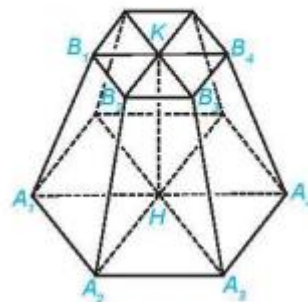
Luyện tập 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

HD13. Cho hình chóp đều $S.A_1A_2 \dots A_n$. Một mặt phẳng không đi qua S và song song với mặt phẳng đáy, cắt các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ tương ứng tại $B_1, B_2, \dots, B_n$.

- Giải thích vì sao $S.B_1B_2 \dots B_n$ là một hình chóp đều.
- Gọi H là tâm của đa giác $A_1A_2 \dots A_n$. Chứng minh rằng đường thẳng SH đi qua tâm K của đa giác đều $B_1B_2 \dots B_n$ và HK vuông góc với các mặt phẳng $(A_1A_2 \dots A_n)$, $(B_1B_2 \dots B_n)$.

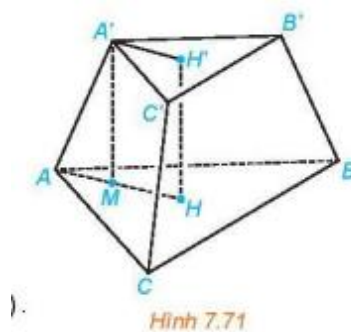


Hình 7.69



Hình 7.70

- Hình gồm các đa giác đều $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ và các hình thang cân $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, \dots, A_nA_1B_nB_1$ được tạo thành như trong HĐ13 được gọi là một **hình chóp cắt đều** (nói đơn giản là hình chóp cắt được tạo thành từ hình chóp đều $S.A_1A_2 \dots A_n$ sau khi cắt đi chóp đều $S.B_1B_2 \dots B_n$), kí hiệu là $A_1A_2 \dots A_n \cdot B_1B_2 \dots B_n$.
 - Các đa giác $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ được gọi là hai **mặt đáy**, các hình thang $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, \dots, A_nA_1B_nB_1$ được gọi là các **mặt bên** của hình chóp cắt. Các đoạn thẳng $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ được gọi là các **cạnh bên**; các cạnh của mặt đáy được gọi là các **cạnh đáy** của hình chóp cắt.
 - Đoạn thẳng HK nối hai tâm của đáy được gọi là **đường cao** của hình chóp cắt đều. Độ dài của đường cao được gọi là **chiều cao** của hình chóp cắt.
- ? Hình chóp cắt đều có các cạnh bên bằng nhau hay không?
- Ví dụ 8.** Cho hình chóp cắt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng h , các đáy là các tam giác đều $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng là $a, a' (a > a')$. Tính độ dài các cạnh bên của hình chóp cắt.



Hình 7.71

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc

1. Phương pháp giải:

Để chứng minh hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau ta sẽ chứng minh

Một đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) hoặc ngược lại, một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng (Q) và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 90° .

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và $SA \perp (ABC)$.

- a) Chứng minh $(SBC) \perp (SAB)$.
- b) Gọi AH và AK lần lượt là đường cao trong tam giác SAB và SAC . Chứng minh $(SBC) \perp (AKH)$.
- c) Gọi D là giao điểm của HK và BC . Chứng minh rằng $(SAD) \perp (SAC)$.

Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Trong tam giác BCD vẽ các đường cao BE và DF cắt nhau tại O . Trong mặt phẳng (ACD) vẽ DK vuông góc với AC tại K . Gọi H là trực tâm của tam giác ACD .

- a) Chứng minh mặt phẳng (ADC) vuông góc với mặt phẳng (ABE) và mặt phẳng (ADC) vuông góc với mặt phẳng (DFK) .
- b) Chứng minh rằng OH vuông góc với mặt phẳng (ACD) .

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a và $BD = a$. Biết cạnh $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh rằng:

- a) $(SAC) \perp (SBD)$.
- b) $(SCD) \perp (SBC)$.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD , I là giao điểm của BM và AC . Chứng minh rằng $(SAC) \perp (SMB)$.

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB . Biết $SA = SB = a\sqrt{2}$.

- a) Chứng minh rằng $SH \perp (ABCD)$.
- b) Chứng minh tam giác SBC vuông.
- c) Chứng minh $(SAD) \perp (SAB)$; $(SAD) \perp (SBC)$.

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC và CD .

- a) Chứng minh $(SAD) \perp (SAB)$.
- b) Chứng minh $AM \perp BP$ và $(SBP) \perp (AMN)$.

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$.

- a) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.
- b) Chứng minh $(SAD) \perp (SCD)$.
- c) Gọi BE và DF là đường cao trong tam giác SBD . Chứng minh rằng $(ACF) \perp (SBC)$; $(AEF) \perp (SAC)$.

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ BB' và CC' cùng vuông góc với (ABC) .

a) Chứng minh $(ABB') \perp (ACC')$.

b) Gọi AH, AK là các đường cao của $\triangle ABC$ và $\triangle AB'C'$. Chứng minh $(BCC'B')$ và $(AB'C')$ cùng vuông góc với (AHK) .

Dạng 2: Góc giữa mặt bên và mặt đáy

1. Phương pháp giải:

Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy (ABC) .

Dựng đường cao $SH \perp (ABC)$, dựng $HE \perp AB$.

Khi đó $AB \perp (SEH) \Rightarrow ((SAB); (ABC)) = SEH$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy là

hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Biết rằng mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° .

a) Tính cosin góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$.

b) Tính tan góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$.

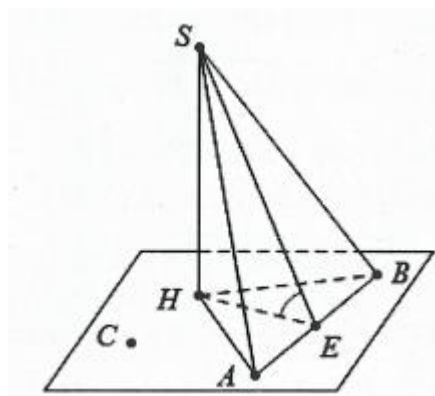
Ví dụ 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AB = a\sqrt{3}$; $BC = a$, tam giác SAC là tam giác cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết đường thẳng SB tạo với đáy một góc 60° . Tính góc $((SBC); (ABC))$.

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, có $AB = 2a$ và góc $BAD = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy $(ABCD)$ trùng với giao điểm I của hai đường chéo và

$SI = \frac{a}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AD = 2a$ và $AB = BC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính tan góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và (SBD) với mặt phẳng $(ABCD)$.

Ví dụ 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính cosin góc giữa mặt phẳng $(A'AC)$ và mặt đáy (ABC) .



Dạng 3: Góc giữa hai mặt bên

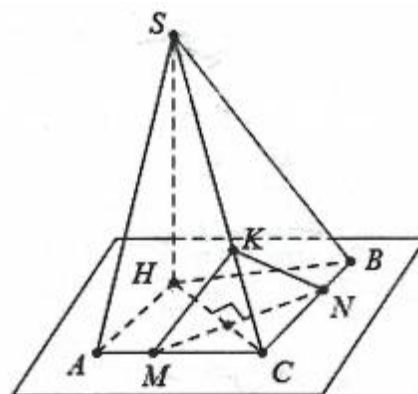
1. Phương pháp giải:

Tính góc giữa hai mặt bên (SAC) và (SBC) .

Cách 1: Tính góc giữa 2 đường thẳng a và b lần lượt vuông góc với mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

Cách 2: Dựng đường cao $SH \perp (ABC)$.

Lấy điểm M bất kỳ thuộc AC , dựng $MN \perp HC$.



Lại có: $MN \perp SH \Rightarrow MN \perp (SHC) \Rightarrow MN \perp SC$.

Dựng $MK \perp SC \Rightarrow SC \perp (MKN)$

$$\Rightarrow ((SAC); (SBC)) = (MK, KN).$$

2. Ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đáy ABC tam giác vuông tại B có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, tính góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a có $ABC = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Tính cosin góc giữa:

a) (SBC) và (SCD) .

b) (SAD) và (SCD) .

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh a với $AD = 2a$, biết rằng $SA \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 45° . Tính cosin góc giữa 2 mặt phẳng (SCD) và (SBC) .

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$, cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$, tính độ dài đoạn thẳng SA để góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 60° .

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh a với $AB = 2a$, biết rằng $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Dạng 4: xác định và tính số đo của góc phẳng nhị diện

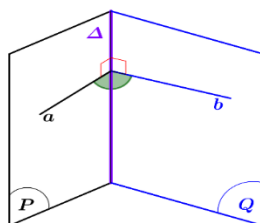
1. phương pháp:

+ Ta xác định góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) theo 3 bước:

Bước 1: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$.

Bước 2: Tìm $a \subset (P): a \perp \Delta$ và $b \subset (Q): b \perp \Delta$.

Bước 3: Kết luận $[P, \Delta, Q]$



2. Ví dụ.

Ví dụ 1. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$?

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BE, A]$.

Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi φ số đo của góc phẳng nhị diện $[A', B'C', A]$. Tính φ ?

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Biết $AB = 2AD = 2DC = 2a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[C, SB, A]$.

Ví dụ 5. $S.ABC$ có cạnh đáy $3a$, cạnh bên $2a$. Tính số đo nhị diện $[S, BC, A]$.

Ví dụ 6. Cho mặt phẳng (P) và điểm M nằm ngoài (P) . Kẻ MA vuông góc với mặt phẳng (P) và MB, MC là hai đường xiên đối với mặt phẳng (P) . Cho biết $MA = a$; MB, MC tạo với mặt phẳng (P) các góc 30° và $MB \perp MC$.

a. Tính độ dài BC ;

b. Tính số đo nhị diện $[M, BC, A]$.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 7.16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $ABC = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Bài 7.17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) Tính độ dài đường chéo của hình lập phương.

b) Chứng minh rằng $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

c) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng COC' là một góc phẳng của góc nhị diện $[C, BD, C']$. Tính (gần đúng) số đo của các góc nhị diện $[C, BD, C]$, $[A, BD, C']$

Bài 7.18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh rằng $(BDD'B') \perp (ABCD)$.

b) Xác định hình chiếu của AC' trên mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Cho $AB = a, BC = b, CC' = c$. Tính AC' .

Bài 7.19. Cho hình chóp đều $S.ABC$, đáy có cạnh bằng a , cạnh bên bằng b .

a) Tính sin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

b) Tính tan của góc giữa mặt phẳng chứa mặt đáy và mặt phẳng chứa mặt bên.

Bài 7.20. Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8$ m; $OA = 2,8$ m; $OB = 4$ m.

a) Tính (gần đúng) số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà.

b) Chứng minh rằng mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng.

Lưu ý: Đường giao giữa hai mái (đường nóc) song song với mặt đất.

c) Điểm A ở độ cao (so với mặt đất) hơn điểm B là $0,5$ m. Tính (gần đúng) góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất.



Hình 7.72

Bài 7.21. Độ dốc của mái nhà, mặt sân, con đường thẳng là tan của góc tạo bởi mái nhà mặt sân, con đường thẳng đó với mặt phẳng nằm ngang. Độ dốc của đường thẳng dành cho người khuyết tật được quy định là không quá $\frac{1}{12}$. Hỏi theo đó, góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hai mặt phẳng P và Q song song với nhau và một điểm M không thuộc P và Q . Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với P và Q ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Cho hai đường thẳng song song a và b và đường thẳng c sao cho $c \perp a, c \perp b$. Mọi mặt phẳng α chứa c thì đều vuông góc với mặt phẳng a, b .
- B. Cho $a \perp \alpha$, mọi mặt phẳng β chứa a thì $\beta \perp \alpha$.
- C. Cho $a \perp b$, mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a .
- D. Cho $a \perp b$, nếu $a \subset \alpha$ và $b \subset \beta$ thì $\alpha \perp \beta$.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai mặt phẳng P và Q vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến d . Với mỗi điểm A thuộc P và mỗi điểm B thuộc Q thì ta có AB vuông góc với d .
- B. Nếu hai mặt phẳng P và Q cùng vuông góc với mặt phẳng R thì giao tuyến của P và Q nếu có cũng sẽ vuông góc với R .
- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

B. Qua một đường thẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

C. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau cho trước.

D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Cho đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và b nằm trong mặt phẳng P . Mọi mặt phẳng Q chứa a và vuông góc với b thì P vuông góc với Q .

B. Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và mặt phẳng P chứa a , mặt phẳng Q chứa b thì P vuông góc với Q .

C. Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng P , mọi mặt phẳng Q chứa a thì P vuông góc với Q .

D. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng.

A. Góc giữa mặt phẳng P và mặt phẳng Q bằng góc nhọn giữa mặt phẳng P và mặt phẳng R khi mặt phẳng Q song song với mặt phẳng R .

B. Góc giữa mặt phẳng P và mặt phẳng Q bằng góc nhọn giữa mặt phẳng P và mặt phẳng R khi mặt phẳng Q song song với mặt phẳng R hoặc $Q \equiv R$.

C. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.

D. Cả 3 mệnh đề trên đều đúng.

Câu 8: Trong khẳng định sau về lăng trụ đều, khẳng định nào sai?

A. Đây là đa giác đều.

B. Các mặt bên là những hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

C. Các cạnh bên là những đường cao.

D. Các mặt bên là những hình vuông.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hình hộp có hai mặt là hình vuông thì nó là hình lập phương.

B. Nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là hình vuông thì nó là hình lập phương.

C. Nếu hình hộp có bốn đường chéo bằng nhau thì nó là hình lập phương.

D. Nếu hình hộp có sáu mặt bằng nhau thì nó là hình lập phương.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $BM \perp AC$.

B. $SBM \perp SAC$.

C. $SAB \perp SBC$.

D. $SAB \perp SAC$.

Câu 11: Cho tứ diện $SABC$ có SBC và ABC nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tam giác SBC đều, tam giác ABC vuông tại A . Gọi H , I lần lượt là trung điểm của BC và AB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $SH \perp AB$. B. $HI \perp AB$. C. $SAB \perp SAC$. D. $SHI \perp SAB$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SC . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $AI \perp SC$. B. $SBC \perp SAC$. C. $AI \perp BC$. D. $ABI \perp SBC$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC và I là giao điểm của HK với mặt phẳng ABC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $BC \perp AH$. B. $AHK \perp SBC$. C. $SC \perp AI$. D. Tam giác IAC đều.

Câu 14: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ABC tại D lấy điểm S sao cho $SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi I là trung điểm BC ; kẻ IH vuông góc SA $H \in SA$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $SA \perp BH$. B. $SDB \perp SDC$. C. $SAB \perp SAC$. D. $BH \perp HC$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SAC và ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\tan \varphi = 2\sqrt{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\tan \varphi = \frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy ABC . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SBC và ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $ABCD$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng SBC và $ABCD$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SBD và $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \sqrt{5}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\varphi = 45^\circ$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SBC và $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 20: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc φ giữa hai mặt phẳng MBD và $ABCD$.

- A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 21: Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SAB và SCD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng SBD và SCD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \sqrt{6}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\tan \varphi = \sqrt{2}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt đáy ABC trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng SB và AC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\cot \varphi = \sqrt{7}$. C. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C . Gọi H là trung điểm AB . Biết rằng SH vuông góc với mặt phẳng ABC và $AB = SH = a$. Tính cosin của góc α tạo bởi hai mặt phẳng SAB và SAC .

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Góc giữa hai mặt phẳng SEF và SBC là

- A. CSF . B. BSF . C. BSE . D. CSE .

Câu 26: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a, CD = 2x$. Với giá trị nào của x thì hai mặt phẳng ABC và ABD vuông góc.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = x$ và vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Xác định x để hai mặt phẳng SBC và SCD tạo với nhau một góc 60° .

- A. $x = \frac{3a}{2}$. B. $x = \frac{a}{2}$. C. $x = a$. D. $x = 2a$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa hai mặt phẳng $ABCD$ và ABC' có số đo bằng 60° . Độ dài cạnh bên của hình lăng trụ bằng

- A. $2a$. B. $3a$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH của khối chóp.

A. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $SH = \frac{a}{2}$. D. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

A. SBA . B. SCA . C. ASC . D. ASB .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $SA = \frac{3a}{2}$. Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao hình chóp bằng $\frac{a}{2\sqrt{3}}$. Số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ bằng

A. 60° . B. 75° . C. 30° . D. 45° .

Câu 33: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[O, BC, A]$.

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 34: Hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính cosin của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng 30° . Tính độ dài cạnh AA'

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, AD = a$, ΔSAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

A. 30° . B. 75° . C. 60° . D. 45° .

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[B, SD, C]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\tan \varphi = \sqrt{2}.$

B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

D. $\tan \varphi = \sqrt{6}.$