

CHƯƠNG VIII. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

BÀI 28: BIẾN CỐ HỢP, BIẾN CỐ GIAO, BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. BIẾN CỐ HỢP

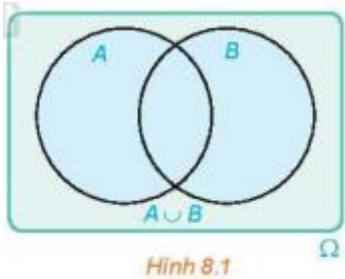
HD1. Một tổ trong lớp 11A có 10 học sinh. Điểm kiểm tra học kì I của 10 bạn này ở hai môn Toán và Ngữ văn được cho như sau:

Môn Tên học sinh	Toán	Ngữ văn
Bảo	7	6
Dung	5	9
Định	5	6
Lan	8	7
Long	6	8
Hương	9	7
Phúc	8	6
Cường	8	9
Tuấn	4	5
Trang	10	8

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

- A: “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn”;
 B: “Học sinh đó được điểm giỏi môn Toán”;
 C: “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn hoặc điểm giỏi môn Toán”.

- a) Mô tả không gian mẫu và các tập con A , B , C của không gian mẫu.
 b) Tìm $A \cup B$.



Ví dụ 1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi E là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ"; F là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

- a) Mô tả không gian mẫu.
 b) Nêu nội dung của biến cố hợp $G = E \cup F$. Hỏi G là tập con nào của không gian mẫu?

Luyện tập 1. Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.

Xét các biến cố sau:

- H : "Học sinh đó là một bạn nữ";
- K : "Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H ".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nêu nội dung của biến cố hợp $M = H \cup K$. Mỗi biến cố H, K, M là tập con nào của không gian mẫu?

2. BIẾN CỐ GIAO

HD2. Trở lại tình huống trong HD1. Xét biến cố D : "Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn và điểm giỏi môn Toán".

- a) Hỏi D là tập con nào của không gian mẫu?
- b) Tìm $A \cap B$.

Ví dụ 2. Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: "Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này không?". Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Môn thể thao Tên học sinh	Cầu lông	Bóng bàn
Bảo	X	
Đăng	X	
Giang		X
Hoa		
Long	X	X
Mai		
Phúc	X	X
Tuấn	X	X
Yến	X	

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

- U : "Học sinh được chọn biết chơi cầu lông";
- V : "Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao $T = UV$ là gì? Mỗi biến cố U, V, T là tập con nào của không gian mẫu?

Luyện tập 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố P : "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4"; Q : "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao $S = PQ$ là gì? Mỗi biến cố P, Q, S là tập con nào của không gian mẫu?

Vận dụng. Trở lại tình huống mở đầu. Sử dụng khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố đối, ta biểu diễn biến cố G, H theo các biến cố M và N như sau:

Biến cố G xảy ra khi và chỉ khi hoặc gia đình đó có ti vi và không có máy vi tính hoặc gia đình đó không có ti vi và có máy vi tính. Vậy $G = \overline{MN} \cup \overline{MN}$.

Biến cố H xảy ra khi và chỉ khi gia đình đó không có cả ti vi và máy vi tính.

Vậy $H = \overline{MN}$.

Hãy biểu diễn mỗi biến cố E, F theo các biến cố M và N .

3. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

HD3. Hai bạn Minh và Sơn, mỗi người gieo đồng thời một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số chẵn";

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3".

Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố B không? Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố B có ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố A không?

Ví dụ 3. Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh, có cùng kích thước và khối lượng.

a) Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lại màu của viên bi được lấy ra rồi trả lại viên bi vào hộp.

Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

A: "Minh lấy được viên bi màu đỏ";

B: "Hùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

b) Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

C: "Sơn lấy được viên bi màu đỏ";

D: "Tùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

Luyện tập 3. Trở lại tình huống trong HD3. Xét hai biến cố sau:

E: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số nguyên tố";

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3".

Hai biến cố E và B độc lập hay không độc lập?

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Ví dụ 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ", B là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số chẵn".

a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB .

b) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{AB}$.

c) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $A\overline{B}$.

d) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{A}\overline{B}$.

e) Hãy xác định cặp biến cố xung khắc trong các cặp biến cố A và B; A và $\overline{B}$.

Ví dụ 2. Một hộp chứa 30 quả cầu cùng kích thước được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số lẻ", B là biến cố "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số chia hết cho 5".

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $\overline{AB}$.

b) Hai biến cố $\overline{A}$ và B có độc lập không? Vì sao?

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 8.1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Gọi A là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7"; B là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Mỗi biến cố $A \cup B$ và AB là tập con nào của không gian mẫu?

Bài 8.2. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

F : "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn";

F : "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẻ";

K : "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn".

Chứng minh rằng K là biến cố hợp của E và F .

Bài 8.3. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường em. Xét hai biến cố sau:

P : "Học sinh đó bị cận thị";

Q : "Học sinh đó học giỏi môn Toán".

Nêu nội dung của các biến cố $P \cup Q$; PQ và $\overline{PQ}$.

Biến cố $\overline{PQ}$ xảy ra khi học sinh đó không bị cận thị và không học giỏi môn Toán cùng lúc.

Bài 8.4. Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau:

A : "Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I";

B : "Bắt được con thỏ đen từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

Bài 8.5. Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau:

E : "Bắt được con gà trống từ chuồng I";

F : "Bắt được con gà mái từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố E và F không độc lập.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A hoặc B xảy ra" được gọi là

A. Biến cố giao của A và B .

B. Biến cố đối của A .

C. Biến cố hợp của A và B .

D. Biến cố đối của B .

Câu 2: Cho hai biến cố A và B . Biến cố " $Cả A và B đều xảy ra$ " được gọi là

A. Biến cố giao của A và B .

B. Biến cố đối của A .

C. Biến cố hợp của A và B .

D. Biến cố đối của B .

Câu 3: Cho hai biến cố A và B . Nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia thì hai biến cố A và B được gọi là

A. Xung khắc với nhau. **B.** Biến cố đối của nhau.

C. Độc lập với nhau.

D. Không giao với nhau.

Câu 4: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hai biến cố A và $\overline{B}$ không độc lập.

B. Hai biến cố $\overline{A}$ và $\overline{B}$ không độc lập.

C. Hai biến cố $\overline{A}$ và B độc lập.

D. Hai biến cố A và $A \cup B$ độc lập.

Câu 5: Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:

A: “Thành viên được chọn là học sinh khối 11”;

B: “Thành viên được chọn là học sinh nam”.

Khi đó biến cố $A \cup B$ là

A. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam”.

B. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam”.

C. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.

D. “Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.

Câu 6: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xét các biến cố A: “Số được chọn chia hết cho 3”; B: “Số được chọn chia hết cho 4”. Khi đó biến cố $A \cap B$ là

A. $\{3; 4; 12\}$.

B. $\{3; 4; 6; 8; 9; 12; 15; 16; 18; 20\}$.

C. $\{12\}$.

D. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

Câu 7: Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

P: “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.

Q: “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Khi đó biến cố $P \cap Q$ là

A. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8”.

B. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.

C. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6”.

D. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Câu 8: Hai xạ thủ tham gia thi đấu bắn súng, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn một cách độc lập với nhau. Gọi A và B lần lượt là các biến cố “Người thứ nhất bắn trúng bia”; “Người thứ hai bắn trúng bia”. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai biến cố A và B bằng nhau.

B. Hai biến cố A và B đối nhau.

C. Hai biến cố A và B độc lập với nhau.

D. Hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

Câu 9: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố sau:

P: “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số chẵn”;

Q: “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo là số lẻ”;

R: “Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo khác tính chẵn lẻ”.

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Hai biến cố P và Q độc lập với nhau.

B. Hai biến cố P và R không độc lập với nhau.

C. Hai biến cố Q và R không độc lập với nhau.

D. R là biến cố hợp của P và Q.

Câu 10: Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Hộp thứ hai có 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Xét các biến cố sau:

A : “Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu đỏ, ở hộp thứ hai có màu xanh”;

B : “Viên bi được lấy ở hộp thứ nhất có màu xanh, ở hộp thứ hai có màu đỏ”.

Khi đó hai biến cố A và B là

A. Hai biến cố độc lập với nhau.

B. Hai biến cố bằng nhau.

C. Hai biến cố đối của nhau.

D. Hai biến cố xung khắc.