

BÀI 30: CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

HĐ1. Có hai hộp đựng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hộp I có 6 quả màu trắng và 4 quả màu đen. Hộp II có 1 quả màu trắng và 7 quả màu đen. Bạn Long lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I, bạn Hải lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xét các biến cố sau:

A: “Bạn Long lấy được quả bóng màu trắng”;

B: “Bạn Hải lấy được quả bóng màu đen”.

a) Tính $P(A)$, $P(B)$ và $P(AB)$.

b) So sánh $P(AB)$ và $P(A).P(B)$.

Ví dụ 2. Trở lại tình huống mở đầu. Gọi A là biến cố “Vận động viên An đạt huy chương”; B là biến cố “Vận động viên Bình đạt huy chương”.

a) Giải thích tại sao hai biến cố A và B là độc lập.

b) Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.

c) Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
- Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
- Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.

Luyện tập 1. Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B. Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dựng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;
b) Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;
c) Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

2. VẬN DỤNG

Ví dụ 2. Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và 0,28% người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

Luyện tập 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp

+ Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$.

+ Nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố không độc lập.

Ví dụ 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất các biến cố AB , $\overline{AB}$, $\overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$.

b) Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố B , $\overline{A}B$ và $\overline{A}\overline{B}$.

Ví dụ 2. Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn không trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,2 và 0,3. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

- a) “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.
- b) “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.
- c) “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.
- d) “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

Ví dụ 3. Một chiếc xe máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là 0,8 và 0,6. Bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất để

- a) Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- b) Cả hai động cơ đều không chạy tốt.
- c) Động cơ I chạy tốt, động cơ II chạy không tốt.

Ví dụ 4. Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là 0,2. Nếu một người chơi 10 ván thì xác suất để người này thắng ít nhất một ván là bao nhiêu?

Ví dụ 5. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

- a) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang.
- b) Anh Bình tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 8.11. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B không độc lập.

Bài 8.12. Một thùng đựng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:

A : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60" và

B : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48".

Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố không độc lập.

Bài 8.13. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để:

- a) Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- b) Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;
- c) Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- d) Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Bài 8.14. Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5.

Bài 8.15. Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y . Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để:

- a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;
- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;

- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
 d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.
 d) Xác suất để ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu là: $P = 1 - 0,0198 = 0.9802$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$. Tính $P(B)$

- A.** $\frac{7}{36}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Câu 2: Cho A và B là 2 biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(A.B)$ bằng

- A.** 0,58 **B.** 0,7 **C.** 0,1 **D.** 0,12

Câu 3: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A.** 0,24. **B.** 0,36. **C.** 0,16. **D.** 0,48.

Câu 4: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, ..., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

- A.** $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: “lấy được cả hai viên bi mang số chẵn. “

Gọi A là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I “

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{4}{9}$$

Gọi B là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II “ $P(B) = \frac{3}{10}$

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{15}.$$

Câu 5: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố:

“Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A.** $P(A) = \frac{12}{35}$. **B.** $P(A) = \frac{1}{25}$. **C.** $P(A) = \frac{4}{49}$. **D.** $P(A) = \frac{2}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. “

Gọi X là biến cố: “người thứ nhất ném trúng rổ” $\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: “người thứ hai ném trúng rổ” $\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X.Y) = P(X).P(Y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}.$$

Câu 6: Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tìm các suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất một con trai.

- A. $P(A) \approx 0,88$. B. $P(A) \approx 0,23$. C. $P(A) \approx 0,78$. D. $P(A) \approx 0,32$.

Câu 7: Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất làm bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ làm bàn.

- A. $P(X) = 0,42$. B. $P(X) = 0,94$. C. $P(X) = 0,234$. D. $P(X) = 0,9$.

Câu 8: Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai. Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là 0,51. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

- A. $P(C) = 0,24$. B. $P(C) = 0,299$. C. $P(C) = 0,24239$. D. $P(C) = 0,2499$.

Câu 9: Ba người cùng bắn vào 1 bia Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

- A. 0,24. B. 0,96. C. 0,46. D. 0,92.

Câu 10: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 11: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi là

- A. ,00935 B. 0,0755 C. 0,0365 D. 0,0855

Câu 12: Ba người xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

- A. 0,45 B. 0,21 C. 0,75 D. 0,94

Câu 13: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

- A. 0,45. B. 0,4. C. 0,48. D. 0,24.

Câu 14: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 15: Ba xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn

trúng mục tiêu của A_1 , A_2 , A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

A. 0,45.

B. 0,21.

C. 0,75.

D. 0,94.