

Câu hỏi

Câu 1. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD ; M, N là trung điểm của AD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN // CD$		
b)	Có 4 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB		
c)	Có 3 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB		
d)	Có 5 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB		

Câu 2. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD . Biết rằng nếu $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ thì $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}|$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hai đường chéo AC và BD có độ dài bằng nhau		
b)	Hình thang $ABCD$ là hình thang cân		
c)	Hai cạnh bên AD và BC có độ dài không bằng nhau		
d)	Nếu $ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} $ thì $ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} $		

Câu 3. Cho ngũ giác $ABCDE$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có 10 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các cạnh ngũ giác		
b)	Có 5 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các đường chéo của ngũ giác		
c)	Có 3 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các cạnh của tam giác ABC		
d)	Có 4 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các đường chéo của tứ giác $ABCD$		

Câu 4. Trên đường thẳng d lấy bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Lấy một điểm P không thuộc d . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có 4 vectơ gốc A		
b)	Có 10 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các điểm A, B, C, D, P .		
c)	Có 10 vectơ tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D .		
d)	Có 11 vectơ (khác $\overrightarrow{AB}$) mà cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ trong các vectơ tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D		

Câu 5. Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN = BC$		
b)	$ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC} $		
c)	$\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng		
d)	$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.		

Câu 6. Cho ΔABC , gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	vector $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với vector $\overrightarrow{MN}$		
b)	Có 6 vector khác vector không và cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu, điểm cuối lấy từ các điểm đã cho.		
c)	vector $\overrightarrow{AP}$ ngược hướng vector $\overrightarrow{PB}$		
d)	Có 3 vector khác vector không và cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm đã cho.		

Câu 7. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	vector $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$		
b)	Có 9 vector khác vector không và cùng phương với vector $\overrightarrow{OA}$.		
c)	vector $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$		
d)	Có 3 vector khác vector không và cùng hướng với vector $\overrightarrow{AB}$.		

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	MN là đường trung bình của tam giác ACD		
b)	$PQ = \frac{1}{2} AC$		
c)	Tứ giác $MNPQ$ là hình thang		
d)	$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$		

Câu 9. Cho tam giác ABC . Hãy dựng các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM}$ ngược hướng với $\overrightarrow{BC}$		
b)	$ABCM$ là hình bình hành		
c)	$ACBN$ là hình bình hành		
d)	$\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$ là hai vector đối nhau		

Câu 10. Cho ΔABC có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$B'C \perp BC$		
b)	$B'C \parallel AB$		
c)	tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.		
d)	$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$		

Câu 11. Cho tứ giác $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Có 5 vectơ liên quan đến điểm A		
b)	Có 4 vectơ liên quan đến điểm B mà không liên quan đến A		
c)	Có 2 vectơ liên quan đến hai điểm C, D		
d)	Có 10 vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?		

Câu 12. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trực tâm H . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AH \perp BC$		
b)	$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$		
c)	$\vec{HA} = \vec{HB} = \vec{HC}$		
d)	$ \vec{HA} = \vec{HB} = \vec{HC} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$		

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MD^2 = AD^2 + AM^2$		
b)	$MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$		
c)	$MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$		
d)	$ \vec{MN} = \frac{a\sqrt{3}}{12}$		

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$		
b)	Hai vectơ $\vec{BC'}, \vec{A'B'}$ ngược hướng		
c)	$\vec{BC'} = \vec{C'A} = \vec{A'B'}$		
d)	$\vec{B'C'} = \vec{CA'}$		

Câu 15. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của BC, BD, AD, AC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	EF lần lượt là đường trung bình của các tam giác BCD		
b)	$GH = \frac{1}{3}CD$		
c)	$EFGH$ là hình bình hành		
d)	$\vec{HG} = \vec{FE}$		

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}, AC = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$BC^2 = AB^2 + AC^2$		
b)	$ \overrightarrow{AM} = \frac{\sqrt{15}}{4}$		
c)	$AB \cdot AC = AH \cdot BC$		
d)	$ \overrightarrow{AH} = \frac{\sqrt{15}}{5}$		

Câu 17. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	PN là đường trung bình của tam giác ABC		
b)	$\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{MC}$ cùng hướng với vector $\overrightarrow{BM}$		
c)	$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{NP}$		
d)	$\overrightarrow{BM}$ có các vector đối là $\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MB}$.		

Câu 18. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \frac{1}{2}DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác $ABD (F \in AD)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$CA^2 = DA^2 + DC^2$		
b)	$ \overrightarrow{CA} = a\sqrt{3}$		
c)	$\angle ABF = 45^\circ$		
d)	$ \overrightarrow{BF} \approx 2.08a$		

Câu 19. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi G' là điểm đối xứng với G qua trung điểm M của BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Vector $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{G'G}$ cùng hướng		
b)	$GA = 3GM$		
c)	$\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{G'G}$		
d)	$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{G'C}, \overrightarrow{BG'} = \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MG'}, \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GG'}$		

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của PQ, SR và M, N lần lượt là trung điểm của AC, BD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	PQ là đường trung bình của tam giác ABC		
b)	$PQRS$ là hình bình hành		
c)	$PMRN$ là hình bình hành.		
d)	$\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ là hai vector bằng nhau.		

Lời giải

Câu 1. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD ; M, N là trung điểm của AD, BC . Khi đó:

- a) $MN // CD$
- b) Có 4 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB
- c) Có 3 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB
- d) Có 5 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: M là trung điểm của AD ; N là trung điểm BC .

$\Rightarrow MN // CD$ (tính chất đường trung bình hình thang). Do đó:

b) Có 4 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB là $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NM}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$.

c) Có 2 vectơ (khác $\vec{0}$) cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ mà giá không trùng với đường thẳng AB là $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}$.

Câu 2. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD . Biết rằng nếu $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ thì $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}|$. Khi đó:

- a) Hai đường chéo AC và BD có độ dài bằng nhau
- b) Hình thang $ABCD$ là hình thang cân
- c) Hai cạnh bên AD và BC có độ dài không bằng nhau
- d) Nếu $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}|$ thì $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Vì $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ nên hai đường chéo AC và BD có độ dài bằng nhau,

b) suy ra hình thang $ABCD$ cân.

c) Do đó hai cạnh bên AD và BC có độ dài bằng nhau hay $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

d) Điều ngược lại không đúng, xét hình bình hành $ABCD$ (cũng là hình thang có hai đáy AB và CD) có $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$ nhưng $|\overrightarrow{AC}| \neq |\overrightarrow{BD}|$.

Câu 3. Cho ngũ giác $ABCDE$. Khi đó:

- a) Có 10 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các cạnh ngũ giác
- b) Có 5 vectơ (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các đường chéo của ngũ giác

- c) Có 3 vector (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các cạnh của tam giác ABC
- d) Có 4 vector (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các đường chéo của tứ giác $ABCD$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a) Ngũ giác có 5 cạnh do đó có 10 vector tạo thành từ các cạnh.
- b) Ngũ giác có 5 đường chéo do đó cũng có 10 vector tạo thành từ các đường chéo.
- c) Có 6 vector (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các cạnh của tam giác ABC ?
- d) Có 4 vector (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các đường chéo của tứ giác $ABCD$

Câu 4. Trên đường thẳng d lấy bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Lấy một điểm P không thuộc d . Khi đó:

- a) Có 4 vector gốc A
- b) Có 10 vector (khác $\vec{0}$) được lập ra từ các điểm A, B, C, D, P .
- c) Có 10 vector tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D .
- d) Có 11 vector (khác $\overrightarrow{AB}$) mà cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ trong các vector tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

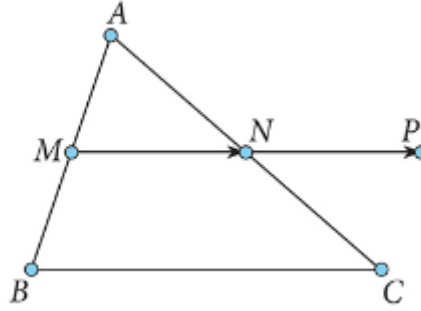
- a) Có 4 vector gốc P là $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{PD}$; có 4 vector gốc A là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.
- b) Tương tự, mỗi gốc B, C, D đều có 4 vector, vậy có $5.4 = 20$ vector tạo thành từ 5 điểm phân biệt P, A, B, C, D .
- c) Vì A, B, C, D đều thuộc d nên tất cả các vector tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D đều cùng phương với $\overrightarrow{AB}$. Ta có $3.4 = 12$ vector tạo thành từ 4 điểm A, B, C, D .
- d) Vậy có 11 vector cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N . Khi đó:

- a) $MN = BC$
- b) $|\overrightarrow{MP}| = |\overrightarrow{BC}|$
- c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng
- d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



- a) Do MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}BC$.
- b) Điểm P đối xứng với điểm M qua N nên $MP = 2MN = BC$, do đó $|\overrightarrow{MP}| = |\overrightarrow{BC}|$. (1)
- c) Xét nửa mặt phẳng bờ AB chứa C , ta có N là trung điểm AC nên N và C cùng phía AB hay cùng phía MB do đó $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. Lại có P đối xứng M qua N nên MP và MN cùng hướng, dễ thấy $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$ nên MP và BC cùng hướng. (2)
- d) Từ (1) và (2), suy ra $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 6. Cho ΔABC , gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khi đó:

- a) vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{MN}$
- b) Có 6 vectơ khác vectơ không và cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu, điểm cuối lấy từ các điểm đã cho.
- c) vectơ $\overrightarrow{AP}$ ngược hướng vectơ $\overrightarrow{PB}$
- d) Có 3 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm đã cho.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$
- b) Có 7 vectơ khác vectơ không và cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NM}$.
- c) $\overrightarrow{AP}$ cùng hướng $\overrightarrow{PB}$
- d) Có 3 vectơ khác vectơ không cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.

Câu 7. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Khi đó:

- a) vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$
- b) Có 9 vectơ khác vectơ không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.
- c) vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$
- d) Có 3 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) vector $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$

b) Có 9 vector khác vector không và cùng phương với vector $\overrightarrow{OA}$:

$\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FE}$.

c) vector $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{OC}$

d) Có 4 vector khác vector không và cùng hướng với vector $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{ED}$.

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Khi đó:

a) MN là đường trung bình của tam giác ACD

b) $PQ = \frac{1}{2} AC$

c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang

d) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} AC \end{cases} (1)$$

b) Tương tự, PQ là đường trung bình của tam giác ACD nên:
$$\begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2} AC \end{cases} (2)$$

c) Từ (1), (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC . Hãy dựng các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB}$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AM}$ ngược hướng với $\overrightarrow{BC}$

b) $ABCM$ là hình bình hành

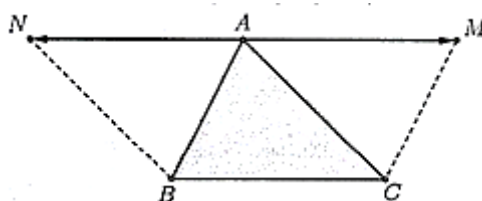
c) $ACBN$ là hình bình hành

d) $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$ là hai vector đối nhau

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BC}$ và $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BC}|$, vì vậy $ABCM$ là hình bình hành (xem hình vẽ). Tương tự, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB}$ nên $\overrightarrow{AN}$ cùng hướng với $\overrightarrow{CB}$ và $|\overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{CB}|$, vì vậy $ACBN$ là hình bình hành (xem hình vẽ).



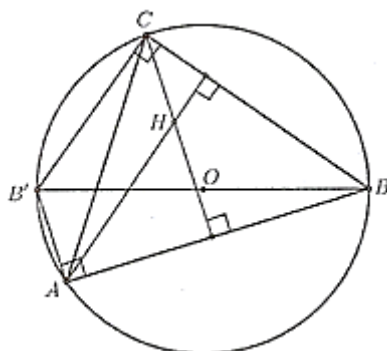
Từ hình vẽ, ta nhận thấy $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$ là hai vector đối nhau (A là trung điểm của đoạn thẳng MN).

Câu 10. Cho ΔABC có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O . Khi đó:

- a) $B'C \perp BC$
- b) $B'C // AB$
- c) tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.
- d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------



Ta có : BB' là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $BCB' = 90^\circ \Rightarrow B'C \perp BC$.

Mặt khác $AH \perp BC$, suy ra $B'C // AH$ (1).

Tương tự: $BAB' = 90^\circ$ hay $AB' \perp AB$ mà $CH \perp AB$ nên $CH // AB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

Vì vậy: $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 11. Cho tứ giác $ABCD$. Khi đó:

- a) Có 5 vector liên quan đến điểm A
- b) Có 4 vector liên quan đến điểm B mà không liên quan đến A
- c) Có 2 vector liên quan đến hai điểm C, D
- d) Có 10 vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Có 6 vector liên quan đến điểm A là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}$.

b) Có 4 vector liên quan đến điểm B mà không liên quan đến A : $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DB}$.

c) Có 2 vector liên quan đến hai điểm C, D là: $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}$.

d) Có 12 vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?

Câu 12. Cho ΔABC đều cạnh a , trực tâm H . Khi đó:

- a) $AH \perp BC$

$$b) AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

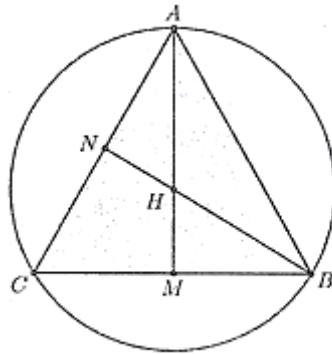
$$c) \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$$

$$d) |\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, AB .



Do tam giác ABC đều nên AM, BN cũng là các đường cao của tam giác ABC ; vì vậy H vừa là trực tâm vừa là trọng tâm tam giác này.

$$\text{Áp dụng định lý Py-tha-go cho } \triangle ABM, \text{ ta có: } AM^2 = AB^2 - BM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Theo tính chất trọng tâm, ta có: } AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Dễ thấy ba vectơ $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$ có độ dài bằng nhau:

$$|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Khi đó:

$$a) MD^2 = AD^2 + AM^2$$

$$b) MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

$$c) MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$d) |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{3}}{12}$$

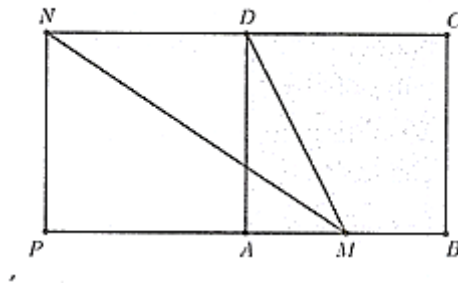
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Xét $\triangle MAD$ vuông tại A , ta có:

$$\begin{aligned} MD^2 &= AD^2 + AM^2 \\ &= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .



Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác NPM vuông tại P , ta có: $MN^2 = PM^2 + PN^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Vậy các độ dài vector cần tìm là: $|\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $|\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Khi đó:

- a) $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.
- b) Hai vector $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng
- c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
- d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Ta có C' là trung điểm của AB và $A'B'$ là đường trung bình của tam giác ứng với cạnh đáy AB nên: $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.

Mặt khác, ba vector $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{C'A}, \overrightarrow{A'B'}$ cùng hướng. Do đó $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

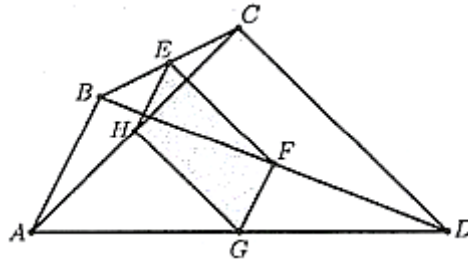
Ta xác định được: $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{B'C}$.

Câu 15. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của BC, BD, AD, AC . Khi đó:

- a) EF lần lượt là đường trung bình của các tam giác BCD
- b) $GH = \frac{1}{3}CD$
- c) $EFGH$ là hình bình hành
- d) $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{FE}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Ta có EF, GH lần lượt là đường trung bình của các tam giác BCD, ACD nên

$$EF \parallel GH \parallel CD \text{ và } EF = GH = \frac{1}{2}CD.$$

Vì vậy $EFGH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}, AC = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khi đó:

- a) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- b) $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{15}}{4}$
- c) $AB \cdot AC = AH \cdot BC$
- d) $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Áp dụng định lý Py-ta-go trong $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = \sqrt{3}^2 + (2\sqrt{3})^2 = 15 \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{15}.$$

$$\text{Ta có: } AM \text{ là trung tuyến ứng với cạnh huyền } BC \Rightarrow |\overrightarrow{AM}| = AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

Ta có: $AB \cdot AC = AH \cdot BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AH}| = AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 17. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB .

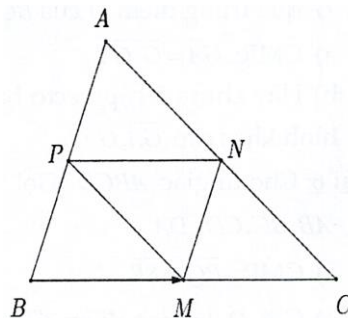
Khi đó:

- a) PN là đường trung bình của tam giác ABC
- b) $\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{MC}$ cùng hướng với vector $\overrightarrow{BM}$
- c) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{NP}$
- d) $\overrightarrow{BM}$ có các vector đối là $\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Vì PN là đường trung bình của tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} PN = \frac{1}{2} BC = BM = MC \\ PN \parallel BC \end{cases}$$



Suy ra: Các vector $\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{MC}$ cùng hướng với Vector $\overrightarrow{BM}$ và $|\overrightarrow{PN}| = |\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM}|$

Do đó: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MC}$.

Mặt khác các vector $\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MB}$ ngược hướng và có cùng độ dài với vector $\overrightarrow{BM}$.

Vector $\overrightarrow{BM}$ có các vector đối là $\overrightarrow{NP}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MB}$.

Câu 18. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \frac{1}{2} DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác $ABD (F \in AD)$. Khi đó:

- a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$
- b) $|\overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$
- c) $ABF = 45^\circ$
- d) $|\overrightarrow{BF}| \approx 2.08a$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

Ta có: $CA^2 = DA^2 + DC^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$ (Theo định lí Py-ta-go)

$\Rightarrow |\overrightarrow{CA}| = CA = a\sqrt{5}$. Tương tự: $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $\triangle ABD$ vuông cân tại A , do đó: $ABD = 45^\circ \Rightarrow ABF = 22.5^\circ$.

Xét $\triangle ABF$ vuông tại A , ta có: $|\overrightarrow{BF}| = BF = \frac{AB}{\cos ABF} = \frac{a}{\cos 22.5^\circ} \approx 1.08a$.

Câu 19. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi G' là điểm đối xứng với G qua trung điểm M của BC . Khi đó:

a) Vectơ $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{G'G}$ cùng hướng

b) $GA = 3GM$

c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{G'G}$

b) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{G'C}, \overrightarrow{BG'} = \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MG'}, \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GG'}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Dễ thấy hai vectơ $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{G'G}$ cùng hướng (1).

Mặt khác, ta có:

$GA = 2GM$ (do G là trọng tâm của tam giác ABC)

$G'G = 2GM$ (do G' là điểm đối xứng với G qua M).

Suy ra: $GA = G'G \Rightarrow |\overrightarrow{GA}| = |\overrightarrow{G'G}|$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{G'G}$.

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{G'C}, \overrightarrow{BG'} = \overrightarrow{GC}, \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{MG'}, \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GG'}$.

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

Gọi O là giao điểm của PQ, SR và M, N lần lượt là trung điểm của AC, BD . Khi đó:

a) PQ là đường trung bình của tam giác ABC

b) $PQRS$ là hình bình hành

c) $PMRN$ là hình bình hành.

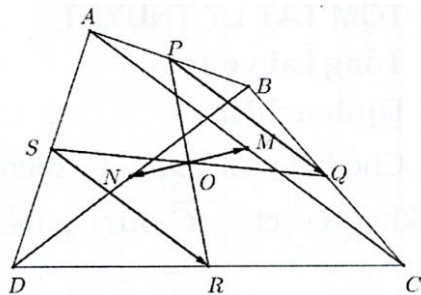
d) $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ là hai vectơ bằng nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: PQ là đường trung bình của tam giác ABC nên $\begin{cases} PQ = \frac{1}{2}AC \\ PQ // AC \end{cases}$ (1)

Tương tự ta cũng có: $\begin{cases} SR = \frac{1}{2} AC \\ SR // AC \end{cases} \quad (2).$



Từ (1) và (2) suy ra: $\begin{cases} PQ = SR \\ PQ // SR \end{cases} \Rightarrow PQRS \text{ là hình bình hành. Vì vậy: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}.$

Ta có: PM là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $\begin{cases} PM = \frac{1}{2}BC \\ PM // BC \end{cases}$ (3).

Tương tự ta cũng có: $\begin{cases} RN = \frac{1}{2} BC \\ RN \parallel BC \end{cases}$ (4). Từ (3) và (4) suy ra: $\begin{cases} PM = RN \\ PM \parallel RN \end{cases} \Rightarrow PMRN$ là hình bình

hành.

Mà O là trung điểm của đường chéo PR

Do đó: O cũng là trung điểm của đường chéo MN . Vì vậy: $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{ON}$.