

CÂU HỎI

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(0;2); B(1;1); C(-1;-2)$. Các điểm A', B', C' lần lượt chia các đoạn BC, CA, AB theo các tỉ số $-1; \frac{1}{2}; -2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$		
b)	$B'(2;6)$		
c)	$C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$		
d)	Ba điểm A', B', C' thẳng hàng.		

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;5), B(-4;-2), C(1;5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		
b)	$G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .		
c)	Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3;10)$		
d)	$ACB = 45^\circ$		

Câu 3. Cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (-1;3)$		
b)	$\vec{b} = (1;2)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (1;5)$		
d)	$\vec{a} - \vec{b} = (2;1)$		

Câu 4. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = -2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (-3;1)$		
b)	$\vec{b} = (0;-2)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (3;1)$		
d)	$\vec{a} - \vec{b} = (3;-3)$		

Câu 5. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (3;-2)$		
b)	$\vec{b} = (-1;1)$		
c)	$2\vec{a} + 3\vec{b} = (9;1)$		
d)	$\vec{a} - 2\vec{b} = (1;4)$		

Câu 6. Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$		
b)	$\vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$		
c)	$2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$		
d)	$\vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right)$		

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -2), \vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = (0; -1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2)$		
b)	Vectơ $\vec{e} = (1; -1)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{a}		
c)	Vectơ $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{b}		
d)	$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$		

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1)$		
b)	E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$		
c)	G là trọng tâm ΔABC nên $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$		
d)	Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2; -1)$		

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8; 11)$		
b)	Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6; 0)$		
c)	$\vec{BC} = (0; -6), \vec{AC} = (6; -3)$		
d)	Tọa độ F thỏa mãn $\vec{AF} = \vec{BC} - 2\vec{AC} + 2\vec{CF}$ là $F(20; 5)$		

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	A, B, C là ba đỉnh một tam giác.		
b)	Điểm $I(0; -2)$ là trung điểm của AB		
c)	Điểm M thuộc Ox sao cho $AM + BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\frac{5}{4}$		
d)	Điểm N thuộc Oy sao cho $BN + CN$ bé nhất có tung độ bằng 2		

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (-1; 2), \vec{c} = (-6; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$ \vec{a} = \sqrt{13}$		
b)	$ \vec{b} = \sqrt{3}$		
c)	$ \vec{c} = \sqrt{13}$		
d)	Vectơ \vec{d} cùng phương với \vec{a} và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.		

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AC = 8$		
b)	Tam giác ABC cân tại B		
c)	$S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$		
d)	$\angle ABC = 30^\circ$		

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4; 6), B(5; 1), C(1; -3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{AB} = (1; -5)$		
b)	Tọa độ điểm D thuộc Ox cách đều hai điểm A, B có hoành độ bằng 13		
c)	$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC		
d)	Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$		

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7;-3), B(8;4), C(1;5), D(0;-2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overline{AB} = (1;7), \overline{AC} = (-6;8)$		
b)	A, B, C là ba đỉnh một tam giác.		
c)	Tọa độ điểm $K(8;4)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .		
d)	Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.		

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (2;3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{3};5\right)$		
c)	$\vec{c} = (0;3)$		
d)	$\vec{d} = (0;-2)$		

Câu 16. Cho các vectơ $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (1;-3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{2};1\right)$		
c)	$\vec{c} = \left(1;\frac{3}{2}\right)$		
d)	$\vec{d} = (0;-4), \vec{e} = (3;0)$		

Câu 17. Cho các vectơ $\vec{a} = (2;0), \vec{b} = \left(-1;\frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4;-6)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} + \vec{b} = \left(-1;\frac{1}{2}\right)$		
b)	$2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27;-\frac{63}{2}\right)$		
c)	Cho $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ khi đó $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$		
d)	$\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$		

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-5), B(1;0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$I\left(2;\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB		
b)	Tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$ là $C(6;-15)$		
c)	Tọa độ điểm D đối xứng với A qua C là $D(9;25)$		
d)	Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2};\frac{5}{4}\right)$		

Câu 19. Cho ba điểm $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.		
b)	$S_{\Delta ABC} = 12$		
c)	Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(-4;-3)$		
d)	Điểm N thuộc trục Oy sao cho N cách đều B, C có tung độ bằng $-\frac{5}{8}$		

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;5)$		
b)	Tọa độ điểm E để tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm là $E(8;1)$		
c)	Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2};1\right)$		
d)	Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{3}{4};1\right)$		

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (2;0)$		
b)	$\vec{b} = (0;-3)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (2;3)$		
d)	$3\vec{a} - 2\vec{b} = (6;6)$		

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;3), B(2;5)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (3;-2)$		
b)	$\overrightarrow{BA} = (-3;2)$		
c)	Tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = (-4;1)$ là $M(-5;4)$		
d)	Tọa độ điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB}$ là $N(14;13)$		

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho Cho $A(2,1), B(0,-3), \overline{OC} = \vec{j} + 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$C(3;1)$		
b)	$\overline{OA} - 2\overline{OB} = (3;7)$		
c)	Tọa điểm D sao cho $\overline{AD} = (7;-9)$ là $D(9;-8)$		
d)	Tọa điểm E sao cho $\overline{OE} = \overline{OA} - 2\overline{OB}$ là $E(2;7)$		

Câu 24. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Ba điểm $A(-1;1), B(0;-1), C(1;1)$ tạo thành tam giác cân		
b)	Ba điểm $A(0;2), B(6;4), C(1;-1)$ tạo thành tam giác cân		
c)	Ba điểm $A(-2;1), B(3;2), C(2;7)$ tạo thành tam giác vuông		
d)	Ba điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ tạo thành tam giác cân		

Câu 25. Cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	ΔABC vuông tại A .		
b)	$S_{\Delta ABC} = 12$		
c)	Độ dài trung tuyến $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$		
d)	$I(6;1)$ là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .		

Câu 26. Biết $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = (1;3)$		
b)	$\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$		
c)	$\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$		
d)	$\vec{d} = (0; -4); \vec{e} = (3; 0)$		

Câu 27. Cho $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (0; 3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} + \vec{b} = (1,1)$		
b)	$\vec{a} - \vec{b} = (1,5)$		
c)	$2\vec{a} - 3\vec{b} = (2,13)$		
d)	$\vec{a} + 2\vec{b} = (1,4)$		

Câu 28. Cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-2; 5)$		
b)	Toạ độ điểm C sao cho $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$ là $C(6; -5)$		
c)	Toạ độ điểm D đối xứng của A qua C có hoành độ bằng 7		
d)	Toạ độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$		

Câu 29. Cho ba điểm $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$		
b)	$\overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2)$		
c)	Toạ độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$		
d)	Toạ độ điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ là $N(11; 12)$		

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$		
b)	$\overrightarrow{AB} = (-3; -3), \overrightarrow{AC} = (-5; 1)$		
c)	Ba điểm A, B, C thẳng hàng.		
d)	Toạ độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$		

Câu 31. Cho $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (6, -2), \vec{c} = (x, 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} \perp \vec{b}$		
b)	Khi $x = -3$ thì $\vec{a} \perp \vec{c}$.		
c)	Khi $x = \frac{1}{3}$ thì \vec{a} cùng phương \vec{c} .		
d)	$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases}$ thì $\vec{d} = (3; -1)$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(0;2); B(1;1); C(-1;-2)$. Các điểm A', B', C' lần lượt chia các đoạn BC, CA, AB theo các tỉ số $-1; \frac{1}{2}; -2$. Khi đó:

a) $A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$

b) $B'(2;6)$

c) $C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$

b) Ba điểm A', B', C' thẳng hàng.

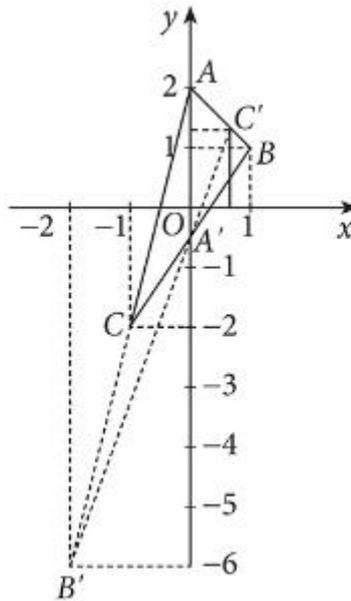
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Theo đề bài ta có $\overrightarrow{A'B} = -\overrightarrow{A'C} = -1 \Rightarrow A'$ là trung điểm đoạn BC . Theo công thức trung điểm ta có:

$$A' = \left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) \Rightarrow A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$$

Vì B' chia CA tỉ số $\frac{1}{2}$ nên $\overrightarrow{B'C} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'A}$.



$$\begin{cases} x_{B'} = \frac{x_C - \frac{1}{2}x_A}{1 - \frac{1}{2}} = -2 \\ y_{B'} = \frac{y_C - \frac{1}{2}y_A}{1 - \frac{1}{2}} = -6 \end{cases} \quad \text{Vậy } B'(-2; -6).$$

Tương tự tính được $C' = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

b) Ta có $\overrightarrow{A'B'} = \left(-2; -\frac{11}{2}\right); \overrightarrow{A'C'} = \left(\frac{2}{3}; \frac{11}{6}\right)$.

Rõ ràng $\overrightarrow{A'B'} = -3\overrightarrow{A'C'}$ nên A', B', C' thẳng hàng.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$. Khi đó:

a) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ là tọa độ trọng tâm của tam giác ABC .

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi đó tọa độ điểm D là $D(3; 10)$

d) $\angle ACB = 45^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{AC} = (3; 0)$.

Do $\frac{3}{-2} \neq \frac{0}{-7}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

c) Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{DC} = (1-x; 5-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1-x \\ -7 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 12 \end{cases}$ Vậy $D(3; 12)$.

d) Ta có: $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}, AC = \sqrt{[1-(-2)]^2 + (5-5)^2} = 3,$

$BC = \sqrt{[1-(-4)]^2 + [5-(-2)]^2} = \sqrt{74}.$

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6.$

Suy ra $\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53}$ nên $BAC \approx 106^\circ$.

Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2.5 + 7.7 = 59$.

Suy ra $\cos ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{59}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{74}}$ nên $ABC \approx 20^\circ$.

Vậy $ACB = 180^\circ - (BAC + ABC) \approx 180^\circ - (106^\circ + 20^\circ) = 54^\circ$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (-1; 3)$
- b) $\vec{b} = (1; 2)$
- c) $\vec{a} + \vec{b} = (1; 5)$
- d) $\vec{a} - \vec{b} = (2; 1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\vec{a} = (-1; 3), \vec{b} = (1; 2) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (0; 5), \vec{a} - \vec{b} = (-2; 1)$.

Câu 4. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = -2\vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (-3; 1)$
- b) $\vec{b} = (0; -2)$
- c) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1)$
- d) $\vec{a} - \vec{b} = (3; -3)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Ta có: $\vec{a} = (3; 1), \vec{b} = (0; -2) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (3; -1), \vec{a} - \vec{b} = (3; 3)$.

Câu 5. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Khi đó:

- a) $\vec{a} = (3; -2)$
- b) $\vec{b} = (-1; 1)$
- c) $2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1)$
- d) $\vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có : $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (1; -1) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (6; 4) \\ 3\vec{b} = (3; -3) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1); -2\vec{b} = (-2; 2) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4).$

Câu 6. Cho $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$

b) $\vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$

c) $2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$

d) $\vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Ta có : $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 2\right), \vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (1; 4) \\ 3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right);$

$-2\vec{b} = (-2; 1) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -2), \vec{b} = (4; 1)$ và $\vec{c} = (0; -1)$. Khi đó:

a) $2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2)$

b) Vectơ $\vec{e} = (1; -1)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{a}

c) Vectơ $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$ cùng phương, cùng hướng với vectơ \vec{b}

c) $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Ta có : $\begin{cases} 2\vec{a} = (4; -4) \\ -\vec{b} = (-4; -1) \\ -3\vec{c} = (0; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2).$

Ta $\vec{a} = (2; -2) = 2\vec{e}$ nên \vec{a}, \vec{e} là hai vectơ cùng phương với nhau, hơn nữa chúng cùng hướng với nhau vì $\vec{a} = k\vec{e}, k = 2 > 0$.

Tương tự : $\vec{b} = (4;1) = -4\vec{f}$, tức là $\vec{b} = k\vec{f}, k = -4 < 0$ nên \vec{b} và \vec{f} là hai vectơ cùng phương, ngược hướng với nhau.

Gọi m, n là các số thỏa mãn $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$ (\vec{b}, \vec{c} không cùng phương).

$$\text{Khi đó : } \begin{cases} 2 = m \cdot 4 + n \cdot 0 \\ -2 = m \cdot 1 + n \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}.$$

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$. Khi đó:

a) $A(2; -1), B(1;1), C(4;1)$

b) E là trung điểm AB nên $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c) G là trọng tâm ΔABC nên $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành nên $D(2; -1)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có : $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow A(2; -1), \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow B(1;1), \vec{OC} = 4\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow C(4;1)$.

b) E là trung điểm AB nên $x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$ hay $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c) G là trọng tâm ΔABC nên $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1+1+1}{3} = \frac{1}{3}$ hay $G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

d) Ta có : $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 - 1 \\ y_D + 1 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(5; -1)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4;1), B(2;4), C(2; -2)$. Khi đó:

a) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8;11)$

b) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6;0)$

c) $\vec{BC} = (0; -6), \vec{AC} = (6; -3)$

d) Tọa độ F thỏa mãn $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$ là $F(20;5)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

C là trọng tâm tam giác ABD

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_D}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy $D(8; -11)$.

Gọi $E(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x+4; -1), \overrightarrow{AB} = (6; 3)$.

Ba điểm A, B, E thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE}$ cùng phương $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x+4}{6} = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow x+4 = -2 \Leftrightarrow x = -6$. Vậy $E(-6; 0)$.

Gọi $F(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AF} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$\Rightarrow -2\overrightarrow{AC} = (-12; 6), \overrightarrow{CF} = (x-2; y+2), 2\overrightarrow{CF} = (2x-4; 2y+4)$.

Suy ra: $\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} = (2x-16; 2y+4)$.

Ta có: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 2x-16 \\ y-1 = 2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -5 \end{cases}$. Vậy $F(20; -5)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

b) Điểm $I(0; -2)$ là trung điểm của AB

b) Điểm M thuộc Ox sao cho $AM + BM$ bé nhất có hoành độ bằng $\frac{5}{4}$

c) Điểm N thuộc Oy sao cho $BN + CN$ bé nhất có tung độ bằng 2

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 4), \overrightarrow{AC} = (4; -2)$; vì $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-2} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Vậy A, B, C không thẳng hàng hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

Trung điểm AB có tọa độ $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Do $y_A \cdot y_B = -1.3 < 0$ nên hai điểm A, B nằm khác phía so với trục Ox . Vì M thuộc Ox mà $AM + BM$ bé nhất nên A, M, B thẳng hàng hay $\overline{AB}, \overline{AM}$ cùng phương.

Gọi $M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+2; 1)$.

Ta có : $\overline{AB}, \overline{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+2}{3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x+8=3 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$.

Vậy $M\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$.

Do $x_B \cdot x_C = 1.2 > 0$ nên hai điểm B, C nằm cùng phía so với trục Oy . Lấy C' đối xứng với C qua Oy , suy ra $C'(-2; -3)$ (lúc này C' và B khác phía so với trục Oy).

Vì N thuộc Oy nên $CN = C'N$. Do vậy $BN + CN = BN + C'N$; tổng này bé nhất khi và chỉ khi B, N, C' thẳng hàng hay $\overline{BC'}, \overline{BN}$ cùng phương.

Gọi $N(0; y) \in Oy \Rightarrow \overline{BN} = (-1; y-3), \overline{BC'} = (-3; -6)$.

Ta có : $\overline{BC'}, \overline{BN}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-3}{-6} \Leftrightarrow 6 = -3y+9 \Leftrightarrow y = 1$.

Vậy $N(0; 1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (-1; 2), \vec{c} = (-6; 4)$. Khi đó:

a) $|\vec{a}| = \sqrt{13}$

b) $|\vec{b}| = \sqrt{3}$

c) $|\vec{c}| = \sqrt{13}$

b) Vectơ \vec{d} cùng phương với \vec{a} và có độ dài bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$ có tọa độ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có : $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, |\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}, |\vec{c}| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Vì \vec{d} cùng phương với \vec{a} nên tồn tại $k \in \mathbb{R}$ để $\vec{d} = k\vec{a} = (2k; 3k)$

$\Rightarrow |\vec{d}| = \sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13k^2}$.

Mặt khác $|\vec{d}| = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{13k^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 13k^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$.

Vậy có hai vectơ thỏa mãn đề bài là $\vec{d} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$ hay $\vec{d} = \left(-1; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$. Khi đó:

a) $AC = 8$

b) Tam giác ABC cân tại B

b) $S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$

b) $ABC = 30^\circ$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có $\overline{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8$

$\overline{AC} = (4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8,$

$\overline{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 0^2} = 8\sqrt{3}.$

Ta thấy $AB = AC = 8$ nên tam giác ABC cân tại A .

b) Chu vi tam giác $ABC: 2p = AB + AC + BC = 8 + 8 + 8\sqrt{3} = 8(2 + \sqrt{3}).$

Nửa chu vi tam giác là $p = 4(2 + \sqrt{3}).$

Diện tích tam giác: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 16\sqrt{3}.$

c) Ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{8^2 + 8^2 - (8\sqrt{3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 120^\circ.$

Vì tam giác ABC cân tại A nên $ABC = ACB = 30^\circ.$

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(4; 6), B(5; 1), C(1; -3)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Tọa độ điểm D thuộc Ox cách đều hai điểm A, B có hoành độ bằng 13

c) $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

d) Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Gọi $D(x; 0) \in Ox \Rightarrow AD = \sqrt{(x-4)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 52};$

$BD = \sqrt{(x-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}.$

Ta có: $AD^2 = BD^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 52 = x^2 - 10x + 26 \Leftrightarrow 2x = -26 \Leftrightarrow x = -13$. Vậy $D(-13; 0)$.

c) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Ta có: $IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

d) Bán kính đường tròn là: $R = IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$

b) A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

c) Tọa độ điểm $K(8; 4)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

d) Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$.

b) Vì $\frac{1}{-6} \neq \frac{7}{8}$ nên hai vectơ $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương, suy ra ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

c) Gọi $K(x; y)$ là điểm cần tìm, ta có: $\overline{AK} = (x-7; y+3), \overline{BK} = (x-8; y-4), \overline{BC} = (-7; 1)$.

Ta có: $\begin{cases} \overline{AK} \cdot \overline{BC} = 0 \text{ (do } AK \perp BC) \\ \overline{BK}, \overline{BC} \text{ cùng phu'ong} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7(x-7) + 1(y+3) = 0 \\ \frac{x-8}{-7} = \frac{y-4}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x + y = -52 \\ x + 7y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy $K(8; 4)$.

d) Ta có: $\overline{DC} = (1; 7) = \overline{AB} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (1).

Mặt khác: $\overline{AD} = (-7; 1), \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 1 \cdot (-7) + 7 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AD$ (2); $AB = AD = 5\sqrt{2}$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $ABCD$ là bốn đỉnh của một hình vuông.

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (2; 3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; 5\right)$

c) $\vec{c} = (0; 3)$

d) $\vec{d} = (0; -2)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = \left(\frac{1}{3}; -5\right), \vec{c} = (3; 0), \vec{d} = (0; -2)$.

Câu 16. Cho các vectơ $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (1; -3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d) $\vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right), \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2}\right), \vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$.

Câu 17. Cho các vectơ $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$. Khi đó:

a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

b) $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$

c) Cho $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ khi đó $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$

d) $\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) $\vec{a} + \vec{b} = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} 2\vec{a} = (4; 0) \\ -3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \\ 5\vec{c} = (20; -30) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$$

$$\text{c) Ta có: } m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 - 4n = 0 \\ \frac{1}{2} + 6n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

$$\text{d) Gọi: } \vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbb{R}). \text{ Ta có: } \begin{cases} 4 = x \cdot 2 + y(-1) \\ -6 = x \cdot 0 + y \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}.$$

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

a) $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB

b) Tọa độ điểm C sao cho $\vec{OC} = -3\vec{AB}$ là $C(6; -15)$

c) Tọa độ điểm D đối xứng với A qua C là $D(9; 25)$

d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Gọi $C(x_C; y_C)$. Ta có: $\vec{OC} = (x_C; y_C), \vec{AB} = (-2; 5) \Rightarrow -3\vec{AB} = (6; -15)$;

$$\vec{OC} = -3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 \\ y_C = -15 \end{cases} \Rightarrow C(6; -15).$$

b) D đối xứng với A qua C hay C là trung điểm của $AD \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_C = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2x_C - x_A = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \\ y_D = 2y_C - y_A = 2(-15) - (-5) = -25 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25).$$

c) M chia đoạn AB theo tỉ số $k \Leftrightarrow \vec{MA} = k\vec{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = k(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = k(y_B - y_M) \end{cases}$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_M = \frac{x_A - k \cdot x_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - k \cdot y_B}{1 - k} \end{cases} \text{ mà } k = 3 \text{ nên } \begin{cases} x_M = \frac{3 + 3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{-5 + 3 \cdot 0}{4} = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right).$$

Câu 19. Cho ba điểm $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$. Khi đó:

a) A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(-4;-3)$

d) Điểm N thuộc trục Oy sao cho N cách đều B, C có tung độ bằng $-\frac{5}{8}$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Ta có $\overline{AB} = (3;0), \overline{AC} = (0;-4)$. Xét số thực k thỏa mãn $\overline{AB} = k\overline{AC} \Rightarrow \begin{cases} 3 = k \cdot 0 \\ 0 = k(-4) \end{cases}$ (vô lí). Do vậy

không tồn tại số k thỏa mãn $\overline{AB} = k\overline{AC}$ hay hai vectơ $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương; suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vậy A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Ta có: $AB = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3, AC = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4, \overline{BC} = (-3;-4), BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Để thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên ΔABC vuông tại A .

Chu vi tam giác ABC là: $2p = AB + AC + BC = 3 + 4 + 5 = 12$.

Diện tích tam giác là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

c) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overline{DC} = (-1-x; -3-y), \overline{AB} = (3;0)$.

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x = 3 \\ -3-y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4;-3)$

d) Gọi $N(0; y) \Rightarrow \begin{cases} BN^2 = (0-2)^2 + (y-1)^2 \\ CN^2 = (0+1)^2 + (y+3)^2 \end{cases}$

N cách đều B và $C \Leftrightarrow BN = CN \Leftrightarrow BN^2 = CN^2$

$\Leftrightarrow 2^2 + (y-1)^2 = 1^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 5 = y^2 + 6y + 10 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{8} \Rightarrow N\left(0; -\frac{5}{8}\right)$

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Khi đó:

a) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;5)$

b) Tọa độ điểm E để tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm là $E(8;1)$

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2};1\right)$

d) Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(\frac{3}{4};1\right)$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overline{DC} = (2-x; -2-y), \overline{AB} = (-2; 3)$. $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -2 \\ -2-y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \text{ hay } D(4; -5).$$

b) Tam giác BCE nhận điểm A làm trọng tâm nên $\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_C + x_E}{3} \\ y_A = \frac{y_B + y_C + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = \frac{2+2+x_E}{3} \\ 1 = \frac{4-2+y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 8 \\ y_E = 1 \end{cases}$

. Vậy $E(8;1)$.

c) Gọi $H(x; y) \Rightarrow \overline{AH} = (x-4; y-1), \overline{BH} = (x-2; y-4); \overline{BC} = (0; -6), \overline{AC} = (-2; -3)$

H là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0(x-4) - 6(y-1) = 0 \\ -2(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \text{ hay } H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$$

d) Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có : $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2 \\ (x-4)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y+2)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x - 2y + 17 = -4x - 8y + 20 \\ -8x - 2y + 17 = -4x + 4y + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = 3 \\ -4x - 6y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$$

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (2; 0)$

b) $\vec{b} = (0; -3)$

c) $\vec{a} + \vec{b} = (2; 3)$

d) $3\vec{a} - 2\vec{b} = (6; 6)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = (0; -3), \vec{a} + \vec{b} = (2; -3)$

Khi đó $3\vec{a} = (6; 0), -2\vec{b} = (0; 6)$ nên $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (6+0; 0+6) = (6; 6)$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 3), B(2; 5)$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$

b) $\overrightarrow{BA} = (-3; 2)$

c) Tọa độ điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$ là $M(-5; 4)$

d) Tọa độ điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB}$ là $N(14; 13)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (3; 2)$ và tương tự $\overrightarrow{BA} = (-3; -2)$.

$M(x; y), \overrightarrow{AM} = (x+1; y-3)$.

Do $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$ nên $\begin{cases} x+1 = -4 \\ y-3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases}$. Vậy $M(-5; 4)$.

Tương tự gọi điểm $N(x_N; y_N)$ ta có $\overrightarrow{NB} = (2 - x_N; 5 - y_N), \overrightarrow{AB} = (3; 2)$. Ta có

$\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_N = -4.3 \\ 5 - y_N = -4.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 14 \\ y_N = 13 \end{cases}$. Vậy $N(14; 13)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho Cho $A(2, 1), B(0, -3), \overrightarrow{OC} = \vec{j} + 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $C(3; 1)$.

b) $\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} = (3; 7)$

c) Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = (7; -9)$ là $D(9; -8)$

d) Tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}$ là $E(2; 7)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$\overrightarrow{OC} = \vec{j} + 3\vec{i} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = 3\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow C(3; 1)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (7; -9) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 7 \\ y_D - 1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = -8 \end{cases}$. Vậy $D(9; -8)$.

Ta có $\overline{OA} - 2\overline{OB} = (2; 7)$ nên $\overline{OE} = (2; 7)$. Vậy $E(2; 7)$.

Câu 24. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ba điểm $A(-1; 1), B(0; -1), C(1; 1)$ tạo thành tam giác cân
 b) Ba điểm $A(0; 2), B(6; 4), C(1; -1)$ tạo thành tam giác cân
 c) Ba điểm $A(-2; 1), B(3; 2), C(2; 7)$ tạo thành tam giác vuông
 d) Ba điểm $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$ tạo thành tam giác cân

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}; AC = \sqrt{4} = 2; BC = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \Rightarrow AB = BC (= \sqrt{5}) \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B .

b) $AB = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}; AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$ Vì

$$\begin{cases} BC^2 = 50 \\ AB^2 + AC^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A$$

c) $AB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}; AC = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}; BC = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$.

Vì $AC^2 = AB^2 + BC^2 (= 52) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .

Mà $BA = BC (= \sqrt{26}) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A .

d) $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (= 100) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

Câu 25. Cho $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$. Khi đó:

a) ΔABC vuông tại A .

b) $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Độ dài trung tuyến $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$

d) $I(6; 1)$ là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (= 100) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A .

b) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = 15$.

$$c) \text{ Gọi } N \text{ là trung điểm } AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

$$BN = \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2} = \frac{\sqrt{136}}{2}.$$

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . ΔABC vuông tại $A \Rightarrow I$ là trung điểm

$$BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(6;1).$$

Câu 26. Biết $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}; \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}; \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}; \vec{d} = -4\vec{j}; \vec{e} = 3\vec{i}$. Khi đó:

a) $\vec{a} = (1;3)$

b) $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

c) $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d) $\vec{d} = (0; -4); \vec{e} = (3;0)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (1; -3); \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right); \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} \Rightarrow \vec{c} = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{d} = -4\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = (0; -4); \vec{e} = 3\vec{i} \Rightarrow \vec{e} = (3; 0).$$

Câu 27. Cho $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (0; 3)$. Khi đó:

a) $\vec{a} + \vec{b} = (1, 1)$

b) $\vec{a} - \vec{b} = (1, 5)$

c) $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2, 13)$

d) $\vec{a} + 2\vec{b} = (1, 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1), \quad \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} = (1, -5), \quad \vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (2, -13).$$

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (1, 4)$$

Câu 28. Cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$. Khi đó:

a) $\overline{AB} = (-2; 5)$

- a) Tọa độ điểm C sao cho $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$ là $C(6; -5)$
- c) Tọa độ điểm D đối xứng của A qua C có hoành độ bằng 7
- d) Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$ là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$\text{Gọi } C(a; b) \Rightarrow \overrightarrow{OC} = (a, b); \overrightarrow{AB} = (-2; 5). \overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -15 \end{cases}$$

Vậy $C(6; -15)$.

$$\text{Gọi } D(c; d) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (c - 6; d + 15). \overrightarrow{AC} = (3; -10);$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} c - 6 = 3 \\ d + 15 = -10 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25)$$

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (3 - x; -5 - y), \overrightarrow{MB} = (1 - x; -y).$$

$$\text{Vì } M \text{ chia đoạn } AB \text{ theo tỉ số } k = -3 \Rightarrow \overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x = -3(1 - x) \\ -5 - y = -3(-y) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$$

Câu 29. Cho ba điểm $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$. Khi đó:

- a) $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$
- b) $\overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2)$
- c) Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
- d) Tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ là $N(11; 12)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 6); \overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2).$$

$$\text{Vì } I \text{ là trung điểm của đoạn } AB \text{ nên } \begin{cases} x_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$\text{Gọi } N(x; y). \text{ Ta có: } \overrightarrow{AN} = (x - 1; y + 2); \overrightarrow{BN} = (x; y - 4); \overrightarrow{CN} = (x - 3; y - 2)$$

$$\text{Vi } \overline{AN} + 2\overline{BN} - 4\overline{CN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1+2x-4(x-3)=0 \\ y+2+2(y-4)-4(y-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=2 \end{cases} .N(11;2).$$

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;1), B(-1;-2), C(-3;2)$. Khi đó:

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC là $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b) $\overline{AB} = (-3; -3), \overline{AC} = (-5; 1)$

c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$

Tính được $\overline{AB} = (-3; -3), \overline{AC} = (-5; 1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2-1-3}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{1-2+2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

Câu 31. Cho $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (6, -2), \vec{c} = (x, 1)$. Khi đó:

a) $\vec{a} \perp \vec{b}$.

b) Khi $x = -3$ thì $\vec{a} \perp \vec{c}$.

c) Khi $x = \frac{1}{3}$ thì \vec{a} cùng phương \vec{c} .

d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases}$ thì $\vec{d} = (3; -1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 6 + 3 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

b) Ta có: $\vec{a} \perp \vec{c} \Leftrightarrow a_1c_1 + a_2c_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot x + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

c) \vec{a} cùng phương $\vec{c} \Leftrightarrow \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

d) $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 d_1 + a_2 d_2 = 0 \\ b_1 d_1 + b_2 d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 + 3d_2 = 0 \\ 6d_1 - 2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = (3; -1)$.