

CÂU HỎI

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$3x+7$ là tam thức bậc hai.		
b)	$-x^2+3$ là tam thức bậc hai.		
c)	$3x(x-1)$ là tam thức bậc hai.		
d)	$(x-1)(x+1)-x^2$ là tam thức bậc hai.		

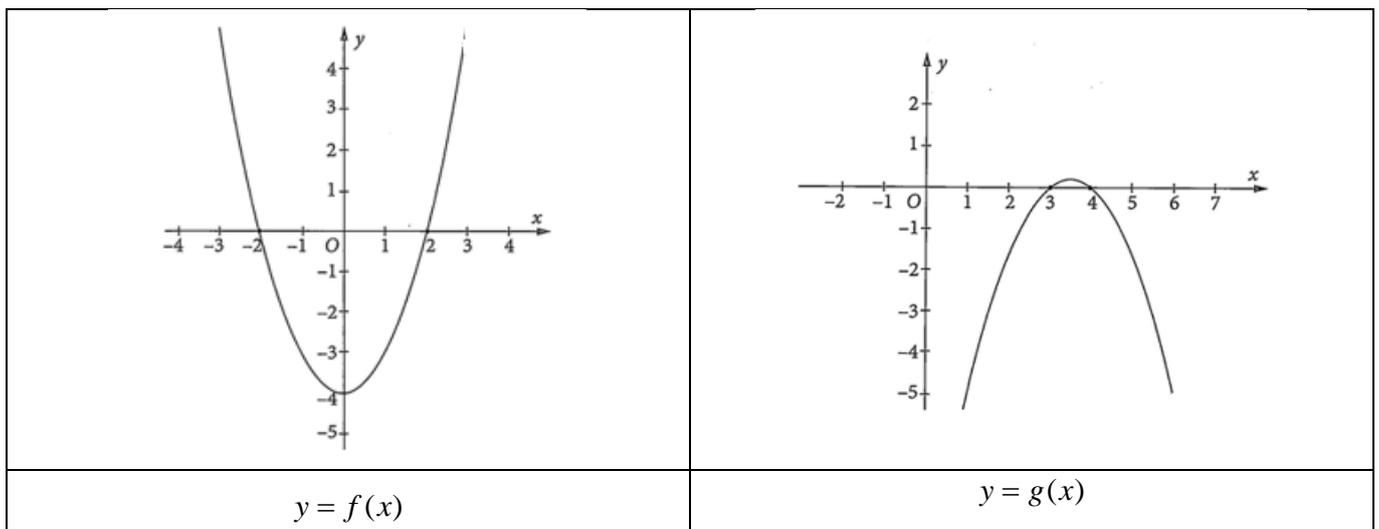
Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai											
a)	$f(x) = x^2 - x - 2$ có $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.													
b)	$f(x) = -x^2 + 2x - 5$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.													
c)	$f(x) = -4x^2 + 16x - 16$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin: 5px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> <td style="padding: 2px 10px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 2px 10px;">$-$</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">$-$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f(x)$	$-$	0	$-$					
x	$-\infty$	2	$+\infty$											
$f(x)$	$-$	0	$-$											
d)	$f(x) = -4x^2 + 3x - 5$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin: 5px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> <td style="padding: 2px 10px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 2px 10px;">$+$</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">$-$</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$										
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$									

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x) = x^2 - 7x + 6$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$		
b)	$f(x) = 36x^2 + 12x + 1$ có $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$		
c)	$f(x) = 5x^2 - x + 4$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; +\infty)$		
d)	$f(x) = -3x^2 + x + 4$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{4}{3}; +\infty)$		

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ và $y = g(x)$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai											
a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$													
b)	Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$													
c)	Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-		
x	$-\infty$	3	4	$+\infty$										
$f(x)$	-	0	+	0	-									
d)	Tam thức bậc hai $g(x)$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+		
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$										
$f(x)$	+	0	-	0	+									

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$ nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 2$. Đồ thị có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a > 0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$ nên tam

thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = 3, x_2 = 4$. Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên hệ số $a < 0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$		
b)	$f(x) = 9 - x^2$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 3)$		
c)	$f(x) = x^2 - (\sqrt{7} - 1)x + \sqrt{3}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$		
d)	$f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.		

Câu 6. Cho biểu thức $f(x) = (3x - 1)(3x^2 - 4x + 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$		
b)	Với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.		

c)	Với $x \in (1; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.																									
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là:																									
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$3x-1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td> </td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$3x^2-4x+1$</td> <td>+</td> <td> </td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>				x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	$3x-1$	-	0	+		+	$3x^2-4x+1$	+		-	0	+	$f(x)$	-	0	-	0	+
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$																						
$3x-1$	-	0	+		+																					
$3x^2-4x+1$	+		-	0	+																					
$f(x)$	-	0	-	0	+																					

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Biểu thức $f(x) = (3x-1)(3x^2-4x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ 3x^2-4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$3x-1$	-	0	+		+
$3x^2-4x+1$	+		-	0	+
$f(x)$	-	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu, với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

Câu 7. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x^2-2x-12}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai																	
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{13}$ hoặc $x = 1 - \sqrt{13}$.																			
b)	với $x \in (1 - \sqrt{13}; 1 + \sqrt{13})$ thì $f(x) > 0$.																			
c)	với $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{13}) \cup (1 - \sqrt{13}; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.																			
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là:																			
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$1 - \sqrt{13}$</td> <td>$1 + \sqrt{13}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 2x - 12$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>+</td> <td> </td> <td>-</td> <td> </td> <td>+</td> </tr> </table>				x	$-\infty$	$1 - \sqrt{13}$	$1 + \sqrt{13}$	$+\infty$	$x^2 - 2x - 12$	+	0	-	0	+	$f(x)$	+		-		+
x	$-\infty$	$1 - \sqrt{13}$	$1 + \sqrt{13}$	$+\infty$																
$x^2 - 2x - 12$	+	0	-	0	+															
$f(x)$	+		-		+															

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

$x^2 - 2x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{13}$ hoặc $x = 1 - \sqrt{13}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{13}$	$1+\sqrt{13}$	$+\infty$	
$x^2-2x-12$	+	0	-	0	+
$f(x)$	+		-		+

Từ bảng xét dấu, với $x \in (1-\sqrt{13}; 1+\sqrt{13})$ thì $f(x) < 0$.

với $x \in (-\infty; 1-\sqrt{13}) \cup (1+\sqrt{13}; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Câu 8. Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai																														
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$																																
b)	với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) > 0$.																																
c)	với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.																																
d)	Bảng xét dấu của biểu thức là: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-6</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x-3$</td> <td>-</td> <td> </td> <td>-</td> <td> </td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>x^2+7x+6</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td> </td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-</td> <td> </td> <td>+</td> <td> </td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$	$x-3$	-		-		-	0	+	x^2+7x+6	+	0	-	0	+		+	$f(x)$	-		+		-	0	+		
x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$																												
$x-3$	-		-		-	0	+																										
x^2+7x+6	+	0	-	0	+		+																										
$f(x)$	-		+		-	0	+																										

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Ta có: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3, x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-6 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$		
$x-3$	-		-		-	0	+
x^2+7x+6	+	0	-	0	+		+
$f(x)$	-		+		-	0	+

Từ bảng xét dấu, với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$, với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$x^2+4x+3 < 0$ khi $x \in (-3; -1)$.		
b)	$x^2-6x+8 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.		
c)	$f(x) = x^2 - x + 5$ luôn âm với mọi x thuộc \mathbb{R}		
d)	$f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ luôn nhỏ hơn hoặc bằng 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Xét $f(x) = x^2 + 4x + 3$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -3; x_2 = -1$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) = x^2 + 4x + 3 < 0$ khi $x \in (-3; -1)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; -1)$.

b) Xét $f(x) = x^2 - 6x + 8$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = 2; x_2 = 4$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) = x^2 - 6x + 8 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

c) Ta có: $f(x) = x^2 - x + 5 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 5 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} \geq \frac{19}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$. Vì vậy, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) Ta có: $f(x) = -36x^2 + 12x - 1 = -[(6x)^2 - 2 \cdot 6x + 1] = -(6x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x) = (2x - 1)(3x^2 - 10x + 3)$ có $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$		
b)	$f(x) = (-x^2 + 4)(2x^2 - x - 3)$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-2; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$		
c)	$f(x) = \frac{-x^2 - 2x}{(x - 1)(x^2 + 1)}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-2; 0) \cup (1; +\infty)$		
d)	$f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{-2x^2 + 18}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(3x^2 - 10x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 3x^2-10x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{3} \vee x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$2x-1$	-	0	+	+	+
$3x^2-10x+3$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

b) Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 4)(2x^2 - x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4 = 0 \\ 2x^2 - x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = -1 \vee x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$-x^2+4$	-	0	+	+	0	-
$2x^2-x-3$	+	+	0	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	+	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-2; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$;

$f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

c) Điều kiện: $(x-1)(x^2+1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$-x^2-2x$	-	0	+	0	-
$x-1$	-	-	-	0	+
x^2+1	+	+	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (0; 1);$

$f(x) < 0, \forall x \in (-2; 0) \cup (1; +\infty).$

$$d) f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{-2x^2 + 18} = \frac{x(x-3)^2}{-2x^2 + 18}.$$

Điều kiện: $-2x^2 + 18 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \pm 3.$

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nghiệm kép)}$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
x	-	-	0	+	+
$(x-3)^2$	+	+	+	0	+
$-2x^2+18$	-	0	+	0	-
$f(x)$	+	-	0	+	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3);$

$f(x) < 0, \forall x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty).$

Câu 11. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \neq 0$.		
b)	$f(x) = 0$ khi $x = 1$ và $x = 0$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} = \frac{x^3 - 1}{x} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x}.$$

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + x + 1 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)} \Rightarrow x=1.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
x-1	-	-	0	+
x^2+x+1	+	+	+	+
f(x)	+	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$.

Câu 12. Cho tam thức bậc hai $f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \neq 2$		
b)	$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8} = \frac{(x^2+2x+4)-(x+6)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{x^2+x-2}{(x-2)(x^2+2x+4)}.$$

$$\text{Điều kiện: } (x-2)(x^2+2x+4) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2+2x+4 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2.$$

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
x^2+x-2	$+$	0	$-$	0	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+2x+4	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$+$	0	$-$	$+$

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$.

Câu 13. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$		
b)	$f(x) = -x^2 + 2x - 1$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$		
c)	$f(x) = -4x^2 + 12x - 5$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$		
d)	$f(x) = 3x^2 - 2x - 8$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đặt $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$; $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 > 0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x = 1, x = -\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

b) Đặt $f(x) = -x^2 + 2x - 1$; $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 0$; $f(x)$ có nghiệm kép $x = 1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Kết luận: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) Đặt $f(x) = -4x^2 + 12x - 5$; $\Delta = 12^2 - 4(-4)(-5) = 64 > 0$;

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{5}{2}, x = \frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right); f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

d) Đặt $f(x) = -x^2 + 2x - 8; \Delta = 2^2 - 4(-1)(-8) = -28 < 0; f(x)$ vô nghiệm. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

Kết luận: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 14. Cho $f(x) = (-x^2 + 3x)(2x^2 + 1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$		
b)	$2x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$		
c)	$f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in (0; 3)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 3x)(2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 3x = 0 \\ 2x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$-x^2 + 3x$	-	0	+	0	-
$2x^2 + 1$	+	+	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (0; 3); f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 15. Cho $f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \neq 6$		
b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$		

c)	$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$		
d)	$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Điều kiện: $x^2 - 7x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}$. Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 8 = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{8}{5}$	1	6	$+\infty$
$5x^2 + 3x - 8$	+	0	-	0	+
$x^2 - 7x + 6$	+	+	0	-	0
f(x)	+	0	-	-	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$.

Câu 16. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$		
b)	$-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$		
c)	$x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$		
d)	$\frac{5}{4}x^2 - 2x + 2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Xét $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
f(x)	+	0	-	0

Ta có: $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \vee x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình : $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

b) Xét $f(x) = -36x^2 + 12x - 1; f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$ (nghiệm kép).

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
$f(x)$		0	

Ta có: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

c) Đặt $f(x) = x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3}; f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	0	+

Ta có: $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [1; 1 + \sqrt{3}]$.

d) Đặt $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 2x + 2; f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		+

Ta có: $\frac{5}{4}x^2 - 2x + 2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \emptyset$.

Câu 17. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$7x^2 - 4x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{3}{7}\right) \cup (1; +\infty)$		
b)	$-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$		
c)	$-5x^2 + 4x + 12 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$		

d)	$3x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$		
-----------	---	--	--

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Xét $7x^2 - 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{3}{7}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{7}$	1	$+\infty$	
$7x^2 - 4x - 3$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $7x^2 - 4x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{3}{7}; 1\right)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-\frac{3}{7}; 1\right)$.

b) Xét $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-x^2 + 6x - 9$	$-$	0	$-$

Ta có: $-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \{3\}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \{3\}$.

c) Xét $-5x^2 + 4x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\frac{6}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{6}{5}$	2	$+\infty$	
$-5x^2 + 4x + 12$	$-$	0	$+$	0	$-$

Ta có: $-5x^2 + 4x + 12 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$.

d) Xét $3x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 - 4x + 4$	+	

Ta có: $3x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \mathbb{R}$.

Câu 18. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$(1-2x)(x^2+x-30) < 0$ có tập nghiệm $S = \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$		
b)	$\frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1]$		
c)	$\frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4} > 0$ có tập nghiệm $S = (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$		
d)	$\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Xét $f(x) = (1-2x)(x^2+x-30)$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x=0 \\ x^2+x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-6 \vee x=5 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-6		$\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
$1-2x$		+		+	0	-		-	
x^2+x-30		+	0	-		-	0	+	
$f(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

Ta có: $(1-2x)(x^2+x-30) < 0 \Leftrightarrow f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.

b) Đặt $f(x) = \frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}$. Điều kiện: $x^2+5x+7 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0$ (luôn đúng).

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{4}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{4}$	$+\infty$	
$4x^2+3x-1$		+	0	-	0	+
x^2+5x+7		+		+		+
f(x)		+	0	-	0	+

Ta có: $\frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

c) Đặt $f(x) = \frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4}$. Điều kiện: $-x^2+3x+4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow (2-x^2)(x^2-2x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x^2 = 0 \\ x^2-2x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$			
$2-x^2$		-	0	+	+	0	-	-		
x^2-2x+1		+		+	0	+	+	+		
$-x^2+3x+4$		-		-	0	+	+	0	-	
f(x)		+	0	-	+	0	+	-	0	+

Ta có: $\frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4} > 0 \Leftrightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S = (-1; 1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$.

d) $\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - x(x+1)}{x(x-1)} - \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x} \leq 0$. Xét $f(x) = \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x}$. Điều

kiện: $x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow -2x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$-2x^2 - x + 1$	-	0	+	+	0	-
$x^2 - x$	+	+	0	-	-	0
f(x)	-	0	+	-	0	+
	+	-	+	+		

Ta có: $\frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x} \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$.

Câu 19. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f_1(x) = x^2 - 2x + 3$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = -2; c = 3$.		
b)	$f_2(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 - 4$ là tam thức bậc hai với $a = 3; b = \frac{-1}{2}; c = -4$.		
c)	$f_3(x) = \frac{x^2 + 6x - 1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = 6; c = -1$.		
d)	$f_4(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3 .		

Câu 20. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai										
a)	<p>$f(x) = x^2 + 3x + 2$ có bảng xét dấu:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$	f(x)	+	0	-	0		
x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$									
f(x)	+	0	-	0									
b)	<p>$f(x) = -x^2 + 4x - 3$ có bảng xét dấu:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	f(x)	-	0	+	0		
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$									
f(x)	-	0	+	0									
c)	<p>$f(x) = -x^2 + 4x - 4$ có bảng xét dấu:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td colspan="2">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	f(x)	+							
x	$-\infty$	$+\infty$											
f(x)	+												

d)	$f(x) = 2x^2 + 2x + 4$ có bảng xét dấu:				
	x	$-\infty$	2	$+\infty$	
	$f(x)$	$-$	0	$-$	

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Ta có: $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0
			$+$	

b) $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. Ta có: $-x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0
			$-$	

c) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$. Ta có: $-x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

d) $f(x) = 2x^2 + 2x + 4$. Ta có: $2x^2 + 2x + 4 = 0$ vô nghiệm

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	

Câu 21. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f(x) = (-x^2 + x - 1)(6x^2 - 5x + 1)$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$		
b)	$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$		
c)	$f(x) = \frac{3x - 2}{x^3 - 3x^2 + 2}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$		
d)	$f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4} - \frac{1}{x^2 - 7x + 6}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (1; 4)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $f(x) = (-x^2 + x - 1)(6x^2 - 5x + 1)$

Ta có: $-x^2 + x - 1 = 0$ vô nghiệm, $6x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{1}{3}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$-x^2 + x - 1$	-	-	-	-	
$6x^2 - 5x + 1$	+	0	-	0	+
f(x)	-	0	+	0	-

b) $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Ta có: $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$; $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$	
$2x^2 - x - 1$	+	+	0	-	0	+	+
$x^2 - 4$	+	0	-	-	-	0	+
f(x)	+	-	0	+	0	-	+

c) $f(x) = \frac{3x-2}{x^3-3x^2+2}$. Ta có: $\frac{3x-2}{x^3-3x^2+2} = \frac{3x-2}{(x-1)(x^2-2x-2)}$

$3x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$; $x^2-2x-2=0 \Leftrightarrow x=1 \pm \sqrt{3}$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$1+\sqrt{3}$	$+\infty$	
$3x-2$	-	-	0	+	+	+	
$x-1$	-	-	-	0	+	+	
x^2-2x-2	+	0	-	-	-	0	+
f(x)	+	-	0	+	-	+	

d) $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+4} - \frac{1}{x^2-7x+6}$

Ta có:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4} - \frac{1}{x^2 - 7x + 6} = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 7x + 6)} = \frac{2x - 2}{(x - 1)^2(x - 4)(x - 6)}$$

$$-2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4; x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6.$$

x	$-\infty$	1	4	6	$+\infty$		
$(x-1)^2$	+	0	+	+	+		
$-2x+2$	+	0	-	-	-		
$x^2-10x+24$	+		+	0	-	0	+
f(x)	+		-		+		-

Câu 22. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai											
a)	$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-2x^2 + 3x - 1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	$-2x^2 + 3x - 1$	-	0	+	0	-		
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$										
$-2x^2 + 3x - 1$	-	0	+	0	-									
b)	$f(x) = -x^2 - 1$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-x^2 - 1$</td> <td></td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$-x^2 - 1$		-							
x	$-\infty$	$+\infty$												
$-x^2 - 1$		-												
c)	$f(x) = 5x - x^2$ có bảng xét dấu: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$5x - x^2$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	5	$+\infty$	$5x - x^2$	-	0	+	0	-		
x	$-\infty$	0	5	$+\infty$										
$5x - x^2$	-	0	+	0	-									
d)	$-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.													

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

Tam thức có: $a = -2 < 0$ và $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt lần lượt là $\frac{1}{2}; 1$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$-2x^2 + 3x - 1$	-	0	+	0	-

b) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = -x^2 - 1 = 0$ vô nghiệm nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2 - 1$		-

c) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = 5x - x^2 = 0$ có hai nghiệm là 0; 5

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$	
$5x - x^2$	-	0	+	0	-

d) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Ta có $\Delta' = 0, a < 0$ suy ra $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

Câu 23. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$x^2 - 7x + 12 < 0$ có tập nghiệm là $S = (3; 4)$		
b)	$x^2 - 6x + 5 \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (1; 5)$		
c)	$-2x^2 + 7x - 9 < 0$ có tập nghiệm là \mathbb{R}		
d)	$x^2 - 6x + 9 \leq 0$ có tập nghiệm là $\{3\}$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Tam thức $f(x) = x^2 - 7x + 12$ có 2 nghiệm là $x_1 = 3; x_2 = 4$ hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) < 0, \forall x \in (3; 4)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; 4)$.

b) Tam thức $f(x) = x^2 - 6x + 5$ có 2 nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = 5$, hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

c) Tam thức $f(x) = -2x^2 + 7x - 9$ có $\Delta = -23 < 0$, hệ số $a = -2 < 0$ nên ta có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là \mathbb{R} .

d) Tam thức $f(x) = x^2 - 6x + 9$ có $\Delta = 0$, hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	+	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ và $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\{3\}$.

Câu 24. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$-2x^2 + x + 1 < x^2 - x$ có tập nghiệm là $S = \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$		
b)	$3x^2 + x - 14 < 2x^2 - 2$ có tập nghiệm là $S = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$		
c)	$5x^2 - 3\sqrt{5}x > 3\sqrt{5}x - 9$ có tập nghiệm là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$		
d)	$-40x^2 + 10x \geq 4x^2 - 2x + 1$ có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$a) -2x^2 + x + 1 < x^2 - x \Leftrightarrow -3x^2 + 2x + 1 < 0$$

$$\text{Xét tam thức } f(x) = -3x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
f(x)	-	0	+	0 -

$$\text{Suy ra } -3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \text{ hoặc } x > 1$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình: } S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty).$$

$$b) 3x^2 + x - 14 < 2x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 < 0$$

$$\text{Tam thức } f(x) = x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases} \text{ có } a = 1 > 0 \text{ nên ta có bảng xét dấu}$$

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$	
f(x)	+	0	-	0	+

Suy ra $x^2 + x - 12 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-4; 3)$

c) $5x^2 - 3\sqrt{5}x > 3\sqrt{5}x - 9 \Leftrightarrow 5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9 > 0$

Tam thức $f(x) = 5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9$ có $a = 5 > 0$ và $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$	$+\infty$
f(x)	+	0	+

Suy ra $5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\sqrt{5}}{5} \right\}$.

d) $-40x^2 + 10x \geq 4x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow -36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
f(x)	-	0	-

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{ \frac{1}{6} \right\}$.

Câu 25. Cho phương trình $mx^2 - (4m+1)x + 4m+2 = 0(1)$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4} < m < 0$		

b)	Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.		
c)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi $-2 < m < 0$		
d)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi	$\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$	

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Để phương trình có 2 nghiệm (1) phải là phương trình bậc 2. Do đó $m \neq 0$.

Đặt $f(x) = mx^2 - (4m+1)x + 4m + 2$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4m+1)^2 - 4m(4m+2) = 1 > 0.$$

Do đó (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$f(0) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (4m+2) \cdot m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu nhau thì $-\frac{1}{4} < m < 0$.

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} f(0) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4m+2) \cdot m > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

$$\text{Với } (4m+2) \cdot m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } S < 0 \Leftrightarrow \frac{4m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 0$$

Suy ra không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi và chỉ khi

$$f(1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (m+1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

d) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(3) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1) \cdot m > 0 \\ S < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m > 0 \\ m+1 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > 0 \\ m < -1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \\ 1-2m > 0 \\ m < 0 \\ 1-2m < 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \\ m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

LỜI GIẢI

Câu 1. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- $3x+7$ là tam thức bậc hai.
- $-x^2+3$ là tam thức bậc hai.
- $3x(x-1)$ là tam thức bậc hai.
- $(x-1)(x+1)-x^2$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Biểu thức ở các câu b), c) là các tam thức bậc hai.

Câu 2. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- $f(x) = x^2 - x - 2$ có $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.
- $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- $f(x) = -4x^2 + 16x - 16$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

- $f(x) = -4x^2 + 3x - 5$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Xét $f(x) = x^2 - x - 2$ có $\Delta = 9 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ và $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

b) Xét $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ có $\Delta' = -4 < 0, a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

c) Ta có: $-4x^2 + 16x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

d) Ta có: $-4x^2 + 3x - 5 = 0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$-$

Câu 3. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = x^2 - 7x + 6$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$

b) $f(x) = 36x^2 + 12x + 1$ có $f(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$

c) $f(x) = 5x^2 - x + 4$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; +\infty)$

d) $f(x) = -3x^2 + x + 4$ có $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{4}{3}; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Ta có: $x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 6$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	6	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

b) Ta có: $36x^2 + 12x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{6}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

c) Ta có: $5x^2 - x + 4 = 0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu:

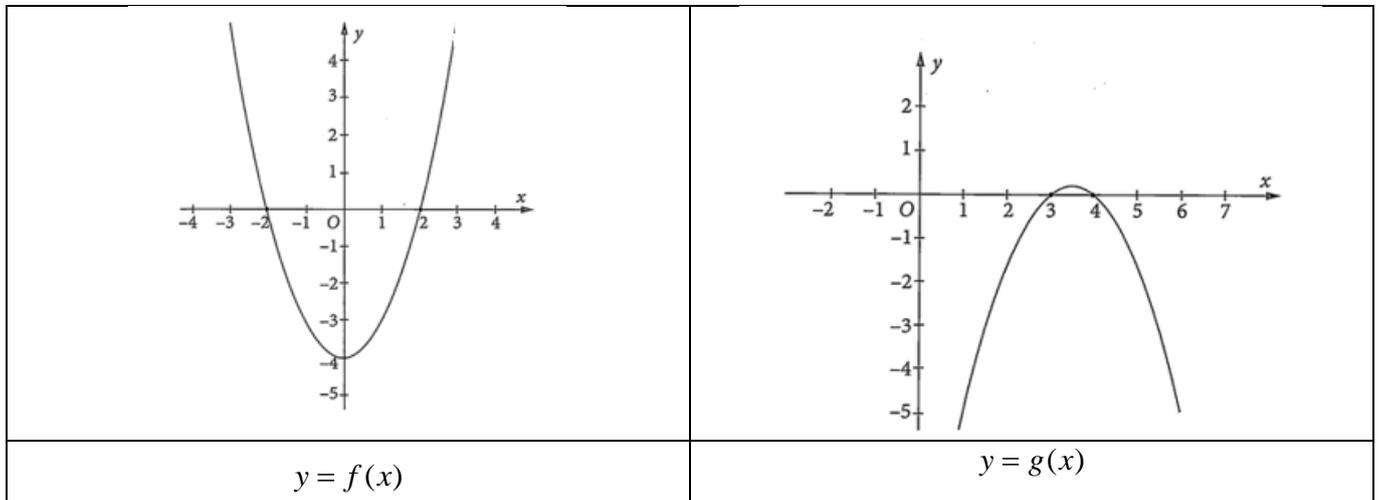
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

d) Ta có: $-3x^2 + x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = \frac{4}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Câu 4. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Khi đó:



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2; 0)$ và $(2; 0)$

b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3; 0)$ và $(4; 0)$

c) Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

d) Tam thức bậc hai $g(x)$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$ nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 2$. Đồ thị có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a > 0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$ nên tam

thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = 3, x_2 = 4$. Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên hệ số $a < 0$. Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Câu 5. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

b) $f(x) = 9 - x^2$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 3)$

c) $f(x) = x^2 - (\sqrt{7} - 1)x + \sqrt{3}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2; (a = 2, b = -5, c = 2)$.

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4.2.2 = 9 > 0; f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}$. Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

b) $f(x) = 9 - x^2; (a = -1, b = 0, c = 9)$.

Ta có: $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 9 = 36 > 0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -3$, $x_2 = 3$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 3)$; $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

c) $f(x) = x^2 - (\sqrt{7} - 1)x + \sqrt{3}$; ($a = 1, b = -\sqrt{7} + 1, c = \sqrt{3}$).

Ta có: $\Delta = (1 - \sqrt{7})^2 - 4 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 8 - 2\sqrt{7} - 4\sqrt{3} < 0$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$; ($a = -1, b = 1, c = -\frac{1}{4}$).

Ta có: $\Delta = 1^2 - 4(-1) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 0$; $f(x)$ có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Kết luận: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 6. Cho biểu thức $f(x) = (3x - 1)(3x^2 - 4x + 1)$. Khi đó:

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$

b) Với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

c) Với $x \in (1; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$3x-1$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$3x^2-4x+1$	$+$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$\text{Biểu thức } f(x) = (3x-1)(3x^2-4x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ 3x^2-4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$3x-1$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$3x^2-4x+1$	$+$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

Câu 7. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x^2-2x-12}$. Khi đó:

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{13}$ hoặc $x = 1 - \sqrt{13}$.

b) với $x \in (1 - \sqrt{13}; 1 + \sqrt{13})$ thì $f(x) > 0$.

c) với $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{13}) \cup (1 + \sqrt{13}; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{13}$	$1 + \sqrt{13}$	$+\infty$	
$x^2-2x-12$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	\parallel	$-$	\parallel	$+$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$x^2-2x-12=0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{13} \text{ hoặc } x = 1 - \sqrt{13}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{13}$	$1 + \sqrt{13}$	$+\infty$	
$x^2-2x-12$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	\parallel	$-$	\parallel	$+$

Từ bảng xét dấu, với $x \in (1 - \sqrt{13}; 1 + \sqrt{13})$ thì $f(x) < 0$.

với $x \in (-\infty; 1 - \sqrt{13}) \cup (1 + \sqrt{13}; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Câu 8. Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$. Khi đó:

a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$

b) với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) > 0$.

c) với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

d) Bảng xét dấu của biểu thức là:

x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$
$x-3$		-	-	- 0	+
x^2+7x+6		+ 0	- 0	+	+
$f(x)$		-	+	- 0	+

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Ta có: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3, x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-6 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$
$x-3$		-	-	- 0	+
x^2+7x+6		+ 0	- 0	+	+
$f(x)$		-	+	- 0	+

Từ bảng xét dấu, với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$, với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

Câu 9. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $x^2+4x+3 < 0$ khi $x \in (-3; -1)$.

b) $x^2-6x+8 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

c) $f(x) = x^2 - x + 5$ luôn âm với mọi x thuộc \mathbb{R}

d) $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ luôn nhỏ hơn hoặc bằng 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Xét $f(x) = x^2 + 4x + 3$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -3; x_2 = -1$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) = x^2 + 4x + 3 < 0$ khi $x \in (-3; -1)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; -1)$.

b) Xét $f(x) = x^2 - 6x + 8$ có $\Delta' = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = 2; x_2 = 4$.

Do đó, ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $f(x) = x^2 - 6x + 8 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

c) Ta có: $f(x) = x^2 - x + 5 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 5 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} \geq \frac{19}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$. Vì vậy, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) Ta có: $f(x) = -36x^2 + 12x - 1 = -[(6x)^2 - 2 \cdot 6x + 1] = -(6x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $f(x) = (2x - 1)(3x^2 - 10x + 3)$ có $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$

b) $f(x) = (-x^2 + 4)(2x^2 - x - 3)$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-2; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

c) $f(x) = \frac{-x^2 - 2x}{(x-1)(x^2+1)}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-2; 0) \cup (1; +\infty)$

d) $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{-2x^2 + 18}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(3x^2 - 10x + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{3} \vee x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$		3	$+\infty$
$2x-1$	-	0	-	0	+	+
$3x^2-10x+3$	+	0	-	0	-	+
f(x)	-	0	+	0	-	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

b) Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 4)(2x^2 - x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4 = 0 \\ 2x^2 - x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = -1 \vee x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu f(x) :

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$	
$-x^2+4$	-	0	+	+	0	-	
$2x^2-x-3$	+	+	0	-	0	+	
f(x)	-	0	+	0	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-2; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right);$

$f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right) \cup (2; +\infty).$

c) Điều kiện: $(x-1)(x^2+1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1.$

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$

Bảng xét dấu f(x) :

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$-x^2-2x$	-	0	+	0	-
$x-1$	-	-	-	0	+
x^2+1	+	+	+	+	+
f(x)	+	0	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (0; 1)$;

$f(x) < 0, \forall x \in (-2; 0) \cup (1; +\infty)$.

$$d) f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{-2x^2 + 18} = \frac{x(x-3)^2}{-2x^2 + 18}.$$

Điều kiện: $-2x^2 + 18 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \pm 3$.

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (nghiem kép)}$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
x	-	-	0	+	+
$(x-3)^2$	+	+	+	0	+
$-2x^2+18$	-	0	+	0	-
f(x)	+	-	0	+	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3)$;

$f(x) < 0, \forall x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 11. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$. Khi đó:

a) Điều kiện: $x \neq 0$.

b) $f(x) = 0$ khi $x = 1$ và $x = 0$

c) $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

d) $f(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} = \frac{x^3 - 1}{x} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x}.$$

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + x + 1 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)} \Rightarrow x=1.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
x-1	-	-	0	+
x^2+x+1	+	+	+	+
f(x)	+	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$.

Câu 12. Cho tam thức bậc hai $f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8}$. Khi đó:

a) Điều kiện $x \neq 2$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$

c) $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$

d) $f(x) < 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8} = \frac{(x^2 + 2x + 4) - (x+6)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{x^2 + x - 2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}.$$

$$\text{Điều kiện: } (x-2)(x^2 + 2x + 4) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2 + 2x + 4 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2.$$

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
x^2+x-2	+	0	-	0	+
$x-2$	-	-	-	0	+
x^2+2x+4	+	+	+	+	+
$f(x)$	-	+	0	-	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$.

Câu 13. Xác định đúng, sai của các khẳng định sau

a) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$

b) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = -4x^2 + 12x - 5$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$

d) $f(x) = 3x^2 - 2x - 8$ có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đặt $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$; $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 > 0$; $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt là $x = 1, x = -\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$; $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

b) Đặt $f(x) = -x^2 + 2x - 1$; $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 0$; $f(x)$ có nghiệm kép $x = 1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Kết luận: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) Đặt $f(x) = -4x^2 + 12x - 5$; $\Delta = 12^2 - 4(-4)(-5) = 64 > 0$;

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{5}{2}, x = \frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right); f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

d) Đặt $f(x) = -x^2 + 2x - 8; \Delta = 2^2 - 4(-1)(-8) = -28 < 0; f(x)$ vô nghiệm. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	-	

Kết luận: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 14. Cho $f(x) = (-x^2 + 3x)(2x^2 + 1)$. Khi đó:

- a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$
- b) $2x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- c) $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$
- d) $f(x) < 0, \forall x \in (0; 3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 3x)(2x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 3x = 0 \\ 2x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$-x^2 + 3x$	-	0	+	0	-
$2x^2 + 1$	+	+	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in (0; 3); f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 15. Cho $f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6}$. Khi đó:

- a) Điều kiện: $x \neq 6$
- b) $f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$

$$c) f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$$

$$d) f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 7x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}. \text{ Xét } f(x) = 0 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 8 = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{8}{5}$	0	1	0	6	$+\infty$
$5x^2 + 3x - 8$	+	0	-	0	+		+
$x^2 - 7x + 6$	+		+	0	-	0	+
f(x)	+	0	-		-		+

$$\text{Kết luận: } f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6).$$

Câu 16. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

$$a) -3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$$

$$b) -36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{6}$$

$$c) x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{3}.$$

$$d) \frac{5}{4}x^2 - 2x + 2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$a) \text{ Xét } f(x) = -3x^2 + 2x + 1; f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 1.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0	1	$+\infty$
f(x)	+	0	-	0	+

Ta có: $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \vee x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình : $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

b) Xét $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$ (nghiệm kép).

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
$f(x)$		0	

Ta có: $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

c) Đặt $f(x) = x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3}$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Ta có: $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [1; 1 + \sqrt{3}]$.

d) Đặt $f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 2x + 2$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		+

Ta có: $\frac{5}{4}x^2 - 2x + 2 < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \emptyset$.

Câu 17. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $7x^2 - 4x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{3}{7}\right) \cup (1; +\infty)$

b) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

c) $-5x^2 + 4x + 12 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$

d) $3x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Xét $7x^2 - 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{3}{7}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{7}$	1	$+\infty$	
$7x^2 - 4x - 3$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $7x^2 - 4x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{3}{7}; 1\right)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-\frac{3}{7}; 1\right)$.

b) Xét $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-x^2 + 6x - 9$	$-$	0	$-$

Ta có: $-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \{3\}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \{3\}$.

c) Xét $-5x^2 + 4x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\frac{6}{5}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{6}{5}$	2	$+\infty$	
$-5x^2 + 4x + 12$	$-$	0	$+$	0	$-$

Ta có: $-5x^2 + 4x + 12 < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup (2; +\infty)$.

d) Xét $3x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 - 4x + 4$	+	

Ta có: $3x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Vậy, tập nghiệm bất phương trình là: $S = \mathbb{R}$.

Câu 18. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $(1-2x)(x^2+x-30) < 0$ có tập nghiệm $S = \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$

b) $\frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1]$

c) $\frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4} > 0$ có tập nghiệm $S = (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$

d) $\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Xét $f(x) = (1-2x)(x^2+x-30)$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x=0 \\ x^2+x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -6 \vee x = 5 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-6	$\frac{1}{2}$	5	$+\infty$		
$1-2x$	+	+	0	-	-		
x^2+x-30	+	0	-	-	0	+	
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Ta có: $(1-2x)(x^2+x-30) < 0 \Leftrightarrow f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = \left(-6; \frac{1}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.

b) Đặt $f(x) = \frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7}$. Điều kiện: $x^2 + 5x + 7 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0$ (luôn đúng).

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{4}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	
$4x^2 + 3x - 1$	+	0	-	0	+
$x^2 + 5x + 7$	+		+		+
f(x)	+	0	-	0	+

Ta có: $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7} \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

c) Đặt $f(x) = \frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4}$. Điều kiện: $-x^2+3x+4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow (2-x^2)(x^2-2x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x^2 = 0 \\ x^2-2x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$		
$2-x^2$	-	0	+	+	+	0	-	-	
x^2-2x+1	+		+	+	0	+	+	+	
$-x^2+3x+4$	-		-	0	+	+	+	0	-
f(x)	+	0	-	+	0	+	-	0	+

Ta có: $\frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4} > 0 \Leftrightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S = (-1; 1) \cup (1; \sqrt{2}) \cup (4; +\infty)$.

d) $\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - x(x+1)}{x(x-1)} - \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x} \leq 0$. Xét $f(x) = \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x}$. Điều kiện: $x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow -2x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{2}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$-2x^2 - x + 1$	-	0	+	+	0	-
$x^2 - x$	+	+	0	-	-	0
f(x)	-	0	+	-	0	+
	+	-	+	+		

Ta có: $\frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x} \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$.

Câu 19. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f_1(x) = x^2 - 2x + 3$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = -2; c = 3$.

b) $f_2(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 - 4$ là tam thức bậc hai với $a = 3; b = \frac{-1}{2}; c = -4$.

c) $f_3(x) = \frac{x^2 + 6x - 1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = 6; c = -1$.

d) $f_4(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $f_1(x) = x^2 - 2x + 3$ là tam thức bậc hai với $a = 1; b = -2; c = 3$.

b) $f_2(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 - 4$ là tam thức bậc hai với $a = \frac{-1}{2}; b = 3; c = -4$.

c) $f_3(x) = \frac{x^2 + 6x - 1}{3} = \frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{3}$ là tam thức bậc hai với $a = \frac{1}{3}; b = 2; c = \frac{-1}{3}$.

d) $f_4(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ không là tam thức bậc hai do có chứa x^3 .

Câu 20. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$		
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

b) $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

c) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		$+$

d) $f(x) = 2x^2 + 2x + 4$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$	
$f(x)$		$-$	0	$-$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Ta có: $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$		
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

b) $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. Ta có: $-x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

c) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$. Ta có: $-x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$	
$f(x)$		$-$	0	$-$

d) $f(x) = 2x^2 + 2x + 4$. Ta có: $2x^2 + 2x + 4 = 0$ vô nghiệm

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		$+$

Câu 21. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = (-x^2 + x - 1)(6x^2 - 5x + 1)$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$

b) $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$

c) $f(x) = \frac{3x - 2}{x^3 - 3x^2 + 2}$ có $f(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4} - \frac{1}{x^2 - 7x + 6}$ có $f(x) > 0, \forall x \in (1; 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $f(x) = (-x^2 + x - 1)(6x^2 - 5x + 1)$

Ta có: $-x^2 + x - 1 = 0$ vô nghiệm, $6x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{1}{3}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$-x^2 + x - 1$	-	-	-	-	
$6x^2 - 5x + 1$	+	0	-	0	+
f(x)	-	0	+	0	-

b) $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Ta có: $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 1; x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$	
$2x^2 - x - 1$	+	+	0	-	0	+	+
$x^2 - 4$	+	0	-	-	-	0	+
f(x)	+	-	0	+	0	-	+

c) $f(x) = \frac{3x - 2}{x^3 - 3x^2 + 2}$. Ta có: $\frac{3x - 2}{x^3 - 3x^2 + 2} = \frac{3x - 2}{(x - 1)(x^2 - 2x - 2)}$

$$3x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}; x-1=0 \Leftrightarrow x=1; x^2-2x-2=0 \Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{3}$$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}$	1	$1+\sqrt{3}$	$+\infty$	
3x-2	-	-	0	+	+	+	
x-1	-	-	-	0	+	+	
x²-2x-2	+	0	-	-	-	0	+
f(x)	+	-	0	+	-	+	

$$d) f(x) = \frac{1}{x^2-5x+4} - \frac{1}{x^2-7x+6}$$

Ta có:

$$f(x) = \frac{1}{x^2-5x+4} - \frac{1}{x^2-7x+6} = \frac{-2x+2}{(x^2-5x+4)(x^2-7x+6)} = \frac{2x-2}{(x-1)^2(x-4)(x-6)}$$

$$-2x+2=0 \Leftrightarrow x=1; (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1; x-4=0 \Leftrightarrow x=4; x-6=0 \Leftrightarrow x=6.$$

x	$-\infty$	1	4	6	$+\infty$	
(x-1)²	+	0	+	+	+	
-2x+2	+	0	-	-	-	
x²-10x+24	+	+	0	-	0	+
f(x)	+	-	+	-	-	

Câu 22. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
-2x²+3x-1	-	0	+	0	-

b) $f(x) = -x^2 - 1$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$+\infty$
-x²-1	-	-

c) $f(x) = 5x - x^2$ có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$	
5x-x²	-	0	+	0	-

d) $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

Tam thức có: $a = -2 < 0$ và $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt lần lượt là $\frac{1}{2}; 1$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$-2x^2 + 3x - 1$		-	0	+

b) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = -x^2 - 1 = 0$ vô nghiệm nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2 - 1$		-

c) Tam thức có: $a = -1 < 0$ và $f(x) = 5x - x^2 = 0$ có hai nghiệm là $0; 5$

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$
$5x - x^2$		-	0	+

d) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Ta có $\Delta' = 0, a < 0$ suy ra $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

Câu 23. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $x^2 - 7x + 12 < 0$ có tập nghiệm là $S = (3; 4)$

b) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (1; 5)$

c) $-2x^2 + 7x - 9 < 0$ có tập nghiệm là \mathbb{R}

d) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ có tập nghiệm là $\{3\}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Tam thức $f(x) = x^2 - 7x + 12$ có 2 nghiệm là $x_1 = 3; x_2 = 4$ hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) < 0, \forall x \in (3; 4)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; 4)$.

b) Tam thức $f(x) = x^2 - 6x + 5$ có 2 nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = 5$, hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
f(x)	+	0	-	0 +

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

c) Tam thức $f(x) = -2x^2 + 7x - 9$ có $\Delta = -23 < 0$, hệ số $a = -2 < 0$ nên ta có $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là \mathbb{R} .

d) Tam thức $f(x) = x^2 - 6x + 9$ có $\Delta = 0$, hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)	+	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ và $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\{3\}$.

Câu 24. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $-2x^2 + x + 1 < x^2 - x$ có tập nghiệm là $S = \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$

b) $3x^2 + x - 14 < 2x^2 - 2$ có tập nghiệm là $S = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

c) $5x^2 - 3\sqrt{5}x > 3\sqrt{5}x - 9$ có tập nghiệm là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\sqrt{5}}{5}\right\}$

d) $-40x^2 + 10x \geq 4x^2 - 2x + 1$ có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) $-2x^2 + x + 1 < x^2 - x \Leftrightarrow -3x^2 + 2x + 1 < 0$

Xét tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
f(x)	-	0	+	0 -

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

b) $3x^2 + x - 14 < 2x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 < 0$

Tam thức $f(x) = x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$ có $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$
f(x)	+	0	-	0 +

Suy ra $x^2 + x - 12 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-4; 3)$

c) $5x^2 - 3\sqrt{5}x > 3\sqrt{5}x - 9 \Leftrightarrow 5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9 > 0$

Tam thức $f(x) = 5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9$ có $a = 5 > 0$ và $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$	$+\infty$
f(x)	+	0	+

Suy ra $5x^2 - 6\sqrt{5}x + 9 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\sqrt{5}}{5} \right\}$.

d) $-40x^2 + 10x \geq 4x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow -36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 25. Cho phương trình $mx^2 - (4m+1)x + 4m+2 = 0$ (1) với m là tham số. Khi đó:

a) Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4} < m < 0$

b) Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi $-2 < m < 0$

d) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Để phương trình có 2 nghiệm (1) phải là phương trình bậc 2. Do đó $m \neq 0$.

Đặt $f(x) = mx^2 - (4m+1)x + 4m+2$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (4m+1)^2 - 4m(4m+2) = 1 > 0$.

Do đó (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$f(0) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (4m+2) \cdot m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 0$$

$$\begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases}$$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu nhau thì $-\frac{1}{4} < m < 0$.

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi
$$\begin{cases} f(0) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4m+2) \cdot m > 0 \\ S < 0 \end{cases}$$

Với $(4m+2) \cdot m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$

Với $S < 0 \Leftrightarrow \frac{4m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 0$

Suy ra không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

c) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi và chỉ khi

$$f(1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (m+1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

d) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(3) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1) \cdot m > 0 \\ S < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m+1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \\ \frac{4m+1}{m} < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > -1 \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \frac{1-2m}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m > 0 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m < 0 \\ m > 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$