

CÂU HỎI

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$		
b)	Phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ và phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có chung tập nghiệm		
c)	$x = 11; x = -2$ là nghiệm của phương trình (*)		
d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$		

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế của phương trình (*), ta được $x^2 - 7x + 6 = 0$		
b)	$x = -1$ là nghiệm của phương trình (*)		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng -1		
d)	Phương trình (*) có 1 nghiệm phân biệt		

Câu 3. Cho phương trình $\sqrt{5x^2 - 8x + 2} = \sqrt{x^2 + 2}$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$x^2 + 2 \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.		
b)	Bình phương hai vế ta được $4x^2 - 3x = 0$		
c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 0		

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương 2 vế phương trình ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$		
b)	Điều kiện của phương trình (*) là $x \geq 2$		
c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm		
d)	Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (*) bằng 20		

Câu 5. Cho phương trình $(x+1)(\sqrt{x+4} - \sqrt{-x^2 + 4x + 14}) = 0$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \geq 4$		
b)	Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt		
c)	Các nghiệm của phương trình (*) nhỏ hơn 5		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 2		

Câu 6. Cho phương trình $(\sqrt{x^2 + 2x - 3} - 2x + 2)^2 + (2 - \sqrt{x + 3})^2 = 0$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \geq -3$		
b)	Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt		
c)	$x = \frac{7}{3}$ là nghiệm của phương trình (*)		
d)	Nghiệm của phương trình (*) nhỏ hơn 2		

Câu 7. Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \leq 2$		
b)	Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2 + 3x + 1 = 0$		
c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Các nghiệm của phương trình (*) thuộc \mathbb{Z}		

Câu 8. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + 5} = \sqrt{x^2 - x + 11}$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \geq 0$		
b)	Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2 + x - 6 = 0$		
c)	Phương trình (*) có 1 nghiệm		
d)	Giả sử x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là nghiệm của phương trình (*) khi đó: $x_1 - 2x_2 = 7$		

Câu 9. Cho 2 phương trình $\sqrt{5x+10} = 8-x$ (1) và $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$ (2). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (1) có 1 nghiệm		
b)	Phương trình (2) có 2 nghiệm		
c)	Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6		

Câu 10. Cho các phương trình sau $\sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ (1) và $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x^2 - x + 1}$ (2). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
b)	Phương trình (2) có 1 nghiệm		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $\frac{3}{2}$		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (2) bằng $\frac{2}{3}$		

Câu 11. Cho các phương trình sau: $\sqrt{3-2x} = x$ (1) và $\sqrt{7x+11} + x + 1 = 0$ (2). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
b)	Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 1		
d)	Nghiệm của phương trình (2) nhỏ hơn 5		

Câu 12. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x^2 + 4} = x^2 - 4$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \geq 2$		
b)	Phương trình có 3 nghiệm		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5		
d)	Các nghiệm của phương trình là các số chẵn		

Câu 13. Cho phương trình $x^2 - 3x + 10 + 2(x-3)\sqrt{3x+1} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \leq 3$		
b)	Phương trình có 3 nghiệm		
c)	Các nghiệm của phương trình nhỏ hơn 2		
d)	Các nghiệm của phương trình là số lẻ		

Câu 14. Cho phương trình $\sqrt{5x^2 - 28x - 29} = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \cdot (1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được: $4x^2 - 23x - 35 = 0$		
b)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Nghiệm lớn nhất của phương trình (1) là một số tự nhiên		
d)	Nghiệm nhỏ nhất của phương trình (1) là một số nguyên âm		

Câu 15. Cho phương trình $\sqrt{-x^2 - 5x + 2} = \sqrt{x^2 - 2x - 3} (2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (2), ta được: $2x^2 + 3x - 5 = 0$		
b)	Phương trình (2) có chung tập nghiệm với phương trình $2x + 5 = 0$		
c)	Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Các nghiệm của phương trình (2) nhỏ hơn 3		

Câu 16. Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0 (3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$		
b)	Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$		
c)	Phương trình (3) có một nghiệm		
d)	Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm		

Câu 17. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 3 (1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $x^2 - 6x + 8 = 0$		
b)	Phương trình (1) có một nghiệm		
c)	Phương trình (1) có một nghiệm nhỏ hơn 3		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 6		

Câu 18. Cho phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = 2 - x (2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (2), ta được: $2x^2 - 5x - 3 = 0$		
b)	Phương trình (2) có chung tập nghiệm với phương trình $2x + 1 = 0$		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình (2) bằng $\frac{5}{2}$		
d)	Nghiệm nhỏ nhất của phương trình (2) nhỏ hơn 0		

Câu 19. Cho phương trình $\sqrt{4 + 2x - x^2} + 2 = x (3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Bình phương hai vế phương trình (3), ta được $2x^2 - 3x = 0$		
b)	Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $2x - 6 = 0$		
c)	Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3		

Câu 20. Cho phương trình $\sqrt{3x-2} = 1 + \sqrt{x+7}$ (1). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$		
b)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x-9)^2 = 0$		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11		

Câu 21. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ (3). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \geq \frac{7}{2}$		
b)	Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3		
d)	Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên		

Câu 22. Cho phương trình $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$ (4). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$		
b)	Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt		
c)	Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3 - \sqrt{2}$		

Câu 23. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sqrt{4x^2 - 3x - 3} = \sqrt{2x+3}$ có 2 nghiệm phân biệt		
b)	Phương trình $\sqrt{x^2 + 12x + 28} = \sqrt{2x^2 + 14x + 24}$ có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Phương trình $\sqrt{-4x^2 - 5x + 8} - \sqrt{2x^2 + 2x - 2} = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Phương trình $\sqrt{2x^2 - 12x - 14} = \sqrt{5x^2 - 26x - 6}$ có 2 nghiệm phân biệt		

Câu 24. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 2x - 5$ có 2 nghiệm phân biệt		
b)	Phương trình $\sqrt{x^2 + 3x + 4} - 3x = 1$ có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 8} = \sqrt{3}(x-4)$ có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Phương trình $\sqrt{11x^2 - 64x + 97} = 3x - 11$ có 2 nghiệm phân biệt		

Câu 25. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+1} = 8$ có 2 nghiệm phân biệt		
b)	Phương trình $\sqrt{7x+4} - \sqrt{x+1} = 3$ có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Phương trình $\sqrt{5x+1} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{14x+7}$ có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Phương trình $\sqrt{3x-3} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-4}$ có 2 nghiệm phân biệt		

Câu 26. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sqrt{x^2 + x - 4} = \sqrt{x^2 - x}$ có 2 nghiệm		
b)	Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{2x^2 - 5x - 1}$ có 2 nghiệm		
c)	Phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 1} = 5 - x$ có 2 nghiệm		
d)	Phương trình $\sqrt{-x^2 + x + 6} = 3x - 4$ có 2 nghiệm		

Câu 27. Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
b)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9		
d)	Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2		

Câu 28. Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$		
b)	$x = -3$ là nghiệm của phương trình		
c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		

Câu 29. Cho phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} = 5$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \geq -5$		
b)	Phương trình tương đương với phương trình $x^2 - (x+5) + (x+\sqrt{x+5}) = 0$		
c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Tích các nghiệm của phương trình là một số dương		

Câu 30. Cho phương trình $2x^2 - 6x + 10 - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện $x \geq -1$		
b)	Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$		
c)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11		

Câu 31. Cho phương trình $4x^2 + \sqrt{2x+3} = 8x+1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$		
b)	Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$		
c)	Phương trình có 4 nghiệm phân biệt		
d)	Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*). Khi đó:

- a) Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$
- b) Phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ và phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có chung tập nghiệm
- c) $x = 11; x = -2$ là nghiệm của phương trình (*)
- d) Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} + x + 5 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5.$$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được:

$$2x^2 + x + 3 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow x = 11 \text{ hoặc } x = -2$$

Thay lần lượt $x = 11; x = -2$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều không thỏa mãn. Do đó, phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ (*). Khi đó:

- a) Bình phương hai vế của phương trình (*), ta được $x^2 - 7x + 6 = 0$
- b) $x = -1$ là nghiệm của phương trình (*)
- c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng -1
- d) Phương trình (*) có 1 nghiệm phân biệt

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

$$\sqrt{x^2 - 4x - 5} - \sqrt{2x^2 + 3x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}.$$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được: $x^2 - 4x - 5 = 2x^2 + 3x + 1 \Rightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1$ hoặc $x = -6$.

Thay lần lượt $x = -1; x = -6$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -6\}$.

Câu 3. Cho phương trình $\sqrt{5x^2 - 8x + 2} = \sqrt{x^2 + 2}$ (*). Khi đó:

- a) $x^2 + 2 \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Bình phương hai vế ta được $4x^2 - 3x = 0$
- c) Phương trình (*) có 2 nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 0

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $x^2 + 2 \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Bình phương hai vế ta được $5x^2 - 8x + 2 = x^2 + 2 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ (*). Khi đó:

a) Bình phương 2 vế phương trình ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$

b) Điều kiện của phương trình (*) là $x \geq 2$

c) Phương trình (*) có 2 nghiệm

d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (*) bằng 20

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Ta có: $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 + x - 6 = (x + 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 - 3x - 10 = 0 \end{cases}$

Phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$ có hai nghiệm $x = -2, x = 5$. Ta thấy $x = -2$ và $x = 5$ đều thỏa mãn $x \geq -2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 5\}$.

Câu 5. Cho phương trình $(x + 1)(\sqrt{x + 4} - \sqrt{-x^2 + 4x + 14}) = 0$ (*). Khi đó:

a) Điều kiện: $x \geq 4$

b) Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt

c) Các nghiệm của phương trình (*) nhỏ hơn 5

d) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 2

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có: $(x + 1)(\sqrt{x + 4} - \sqrt{-x^2 + 4x + 14}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ \sqrt{x + 4} - \sqrt{-x^2 + 4x + 14} = 0 \end{cases}$

Phương trình $x + 1 = 0$ có nghiệm là $x = -1$.

Ta có: $\sqrt{x + 4} - \sqrt{-x^2 + 4x + 14} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x + 4} = \sqrt{-x^2 + 4x + 14}$ (1)

Bình phương hai vế phương trình (1) ta có:

$x + 4 = -x^2 + 4x + 14 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ hoặc $x = -2$ (đều thỏa mãn $x + 4 \geq 0$).

Vậy tập nghiệm của phương trình ban đầu là $S = \{-2; -1; 5\}$.

Câu 6. Cho phương trình $(\sqrt{x^2 + 2x - 3} - 2x + 2)^2 + (2 - \sqrt{x + 3})^2 = 0$. (*) Khi đó:

a) Điều kiện: $x \geq -3$

b) Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt

c) $x = \frac{7}{3}$ là nghiệm của phương trình (*)

d) Nghiệm của phương trình (*) nhỏ hơn 2

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$\text{Ta có: } \left(\sqrt{x^2+2x-3}-2x+2\right)^2 + \left(2-\sqrt{x+3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+2x-3}-2x+2=0 \\ 2-\sqrt{x+3}=0. \end{cases}$$

Phương trình $2-\sqrt{x+3}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3}=2$ có nghiệm $x=1$.

Ta có: $\sqrt{x^2+2x-3}-2x+2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x-3}=2x-2$ (2)

Bình phương hai vế phương trình (2) ta có:

$$x^2+2x-3=4x^2-8x+4 \Leftrightarrow 3x^2-10x+7=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ hoặc } x=\frac{7}{3} \text{ (đều thỏa mãn } 2x-2 \geq 0).$$

Tuy nhiên chỉ có $x=1$ thỏa mãn phương trình $2-\sqrt{x+3}=0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình ban đầu là $S = \{1\}$.

Câu 7. Cho phương trình $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$ (*). Khi đó:

a) Điều kiện $x \leq 2$

b) Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2+3x+1=0$

c) Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

d) Các nghiệm của phương trình (*) thuộc \mathbb{Z}

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$x^2+2x+4=2-x \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-2.$$

Thay giá trị $x=-1$ vào phương trình: $\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (thỏa mãn).

Thay giá trị $x=-2$ vào phương trình: $\sqrt{4} = \sqrt{4}$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{-1; -2\}$.

Cách giải 2:

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2+2x+4=2-x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=-1 \vee x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{-1; -2\}$.

Câu 8. Cho phương trình $\sqrt{2x^2+5} = \sqrt{x^2-x+11}$ (*). Khi đó:

- a) Điều kiện: $x \geq 0$
- b) Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2+x-6=0$
- c) Phương trình (*) có 1 nghiệm
- d) Giả sử $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ là nghiệm của phương trình (*) khi đó: $x_1 - 2x_2 = 7$

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$2x^2+5 = x^2-x+11 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-3.$$

Thay giá trị $x=2$ vào phương trình: $\sqrt{13} = \sqrt{13}$ (thỏa mãn).

Thay giá trị $x=-3$ vào phương trình: $\sqrt{23} = \sqrt{23}$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{2; -3\}$.

Cách giải 2:

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x^2+5} = \sqrt{x^2-x+11} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ 2x^2+5 = x^2-x+11 \end{cases} \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{2; -3\}$.

Câu 9. Cho 2 phương trình $\sqrt{5x+10} = 8-x$ (1) và $\sqrt{3x^2-9x+1} = x-2$ (2). Khi đó:

- a) Phương trình (1) có 1 nghiệm
- b) Phương trình (2) có 2 nghiệm
- c) Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$(1) \sqrt{5x+10} = 8-x.$$

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$5x+10 = 64-16x+x^2 \Leftrightarrow x^2-21x+54=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=18 \end{cases}.$$

Thay $x=3$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{25} = 5$ (thỏa mãn).

Thay $x=18$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{100} = -10$ (không thỏa mãn). Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

Cách giải 2:

$$\text{Ta có: } \sqrt{5x+10} = 8-x \Leftrightarrow \begin{cases} 8-x \geq 0 \\ 5x+10 = 64-16x+x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x^2 - 21x + 54 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x = 3 \vee x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

$$(2) \sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2.$$

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$3x^2 - 9x + 1 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -\frac{1}{2}.$$

Thay $x=3$ vào phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{1} = 1$ (thỏa mãn). Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào phương trình

đã cho, ta được: $\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn). Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

Cách giải 2:

$$\text{Ta có: } \sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 9x + 1 = x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 3 \vee x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

Câu 10. Cho các phương trình sau $\sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ (1) và $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x^2 - x + 1}$ (2). Khi đó:

- a) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt
- b) Phương trình (2) có 1 nghiệm
- c) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng $\frac{3}{2}$
- d) Tổng các nghiệm của phương trình (2) bằng $\frac{2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

(1) Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$$x^2 - x - 2 = -x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{5}{2}.$$

Thay các giá trị $x = -1, x = \frac{5}{2}$ vào phương trình đã cho, ta thấy chúng đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$.

(2) Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$$3x^2 - x + 1 = x + 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{1}{3}.$$

Thay các giá trị $x = 1, x = -\frac{1}{3}$ vào phương trình đã cho, ta thấy chúng đều thỏa mãn. Vậy tập

nghiệm phương trình là: $S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 11. Cho các phương trình sau: $\sqrt{3-2x} = x(1)$ và $\sqrt{7x+11} + x + 1 = 0(2)$. Khi đó:

- a) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt
- b) Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt
- c) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 1
- d) Nghiệm của phương trình (2) nhỏ hơn 5

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

(1) Ta có: $\sqrt{3-2x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3-2x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 1 \vee x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$. Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \{1\}$.

(2) Ta có: $\sqrt{7x+11} + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{7x+11} = -x - 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x-1 \geq 0 \\ 7x+11 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x^2 - 5x - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{65}}{3}.$$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{\frac{5 - \sqrt{65}}{3}\right\}$.

Câu 12. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x^2+4} = x^2 - 4$. Khi đó:

- a) Điều kiện $x \geq 2$
- b) Phương trình có 3 nghiệm
- c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5
- d) Các nghiệm của phương trình là các số chẵn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có: $(x-2)\sqrt{2x^2+4} = x^2-4$

$$\Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x^2+4} = (x-2)(x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \sqrt{2x^2+4} = x+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x^2+4 = x^2+4x+4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \begin{cases} x \geq -2 \\ x=0 \vee x=4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \{0; 2; 4\}$.

Câu 13. Cho phương trình $x^2 - 3x + 10 + 2(x-3)\sqrt{3x+1} = 0$. Khi đó:

- a) Điều kiện: $x \leq 3$
- b) Phương trình có 3 nghiệm
- c) Các nghiệm của phương trình nhỏ hơn 2
- d) Các nghiệm của phương trình là số lẻ

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $x^2 - 3x + 10 + 2(x-3)\sqrt{3x+1} = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 6x + 9) + (\sqrt{3x+1})^2 + 2(x-3)\sqrt{3x+1} = 0 \Leftrightarrow [(x-3) + \sqrt{3x+1}]^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3) + \sqrt{3x+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = 3-x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 3x+1 = 9-6x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2-9x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x=1 \vee x=8 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \{1\}$.

Câu 14. Cho phương trình $\sqrt{5x^2 - 28x - 29} = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \cdot (1)$. Khi đó:

- a) Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được: $4x^2 - 23x - 35 = 0$
- b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt
- c) Nghiệm lớn nhất của phương trình (1) là một số tự nhiên
- d) Nghiệm nhỏ nhất của phương trình (1) là một số nguyên âm

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$$5x^2 - 28x - 29 = x^2 - 5x + 6 \Rightarrow 4x^2 - 23x - 35 = 0 \Rightarrow x = 7 \text{ hoặc } x = -\frac{5}{4}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 7$ và $x = -\frac{5}{4}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 7$ và $x = -\frac{5}{4}$.

Câu 15. Cho phương trình $\sqrt{-x^2 - 5x + 2} = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$. (2) Khi đó:

- a) Bình phương hai vế phương trình (2), ta được: $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- b) Phương trình (2) có chung tập nghiệm với phương trình $2x + 5 = 0$
- c) Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt
- d) Các nghiệm của phương trình (2) nhỏ hơn 3

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
Bình phương hai vế phương trình (2), ta được: $-x^2 - 5x + 2 = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow x = 1$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$.			

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (1) ta thấy chỉ có $x = -\frac{5}{2}$ thỏa mãn. Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = -\frac{5}{2}$.

Câu 16. Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0$. (3) Khi đó:

- a) Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$
- b) Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$
- c) Phương trình (3) có một nghiệm
- d) Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5} \quad (3)$$

Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = -2$ hoặc $x = \frac{4}{3}$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (3) ta thấy chỉ có $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn. Vậy nghiệm của phương trình (2) là $x = \frac{4}{3}$.

Câu 17. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 17} = 3$. (1) Khi đó:

- a) Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $x^2 - 6x + 8 = 0$
- b) Phương trình (1) có một nghiệm
- c) Phương trình (1) có một nghiệm nhỏ hơn 3
- d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 6

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Bình phương hai vế phương trình (1), ta được: $x^2 - 6x + 17 = 9 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = 2$ hoặc $x = 4$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 2$ và $x = 4$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 2$ và $x = 4$.

Câu 18. Cho phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = 2 - x$. (2) Khi đó:

a) Bình phương hai vế phương trình (2), ta được: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

b) Phương trình (2) có chung tập nghiệm với phương trình $2x + 1 = 0$

c) Tổng các nghiệm của phương trình (2) bằng $\frac{5}{2}$

d) Nghiệm nhỏ nhất của phương trình (2) nhỏ hơn 0

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Bình phương hai vế phương trình (2), ta được:

$$3x^2 - 9x + 1 = (2 - x)^2 \Rightarrow 3x^2 - 9x + 1 = 4 - 4x + x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ hoặc } x = 3.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình (2) là $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 19. Cho phương trình $\sqrt{4 + 2x - x^2} + 2 = x$. (3) Khi đó:

a) Bình phương hai vế phương trình (3), ta được $2x^2 - 3x = 0$

b) Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $2x - 6 = 0$

c) Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt

d) Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$\sqrt{4 + 2x - x^2} + 2 = x \Leftrightarrow \sqrt{4 + 2x - x^2} = x - 2.$$

Bình phương hai vế phương trình ta được

$$4 + 2x - x^2 = (x - 2)^2 \Rightarrow 4 + 2x - x^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình (3) là $x = 3$.

Câu 20. Cho phương trình $\sqrt{3x - 2} = 1 + \sqrt{x + 7}$. (1) Khi đó:

a) Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

c) Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x-9)^2 = 0$

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Điều kiện: $\begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$.

(1) $\Leftrightarrow \sqrt{3x-2} = \sqrt{x+7} + 1 \Leftrightarrow 3x-2 = x+8 + \sqrt{x+7} \Leftrightarrow \sqrt{x+7} = x-5$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x+7 = x^2 - 10x + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x=9 \Leftrightarrow x=9 \\ x=2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x=9$.

Câu 21. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ (3). Khi đó:

a) Điều kiện $x \geq \frac{7}{2}$

b) Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt

c) Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3

d) Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Điều kiện: $2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$.

$(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow (x-2)[\sqrt{2x+7} - (x+2)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases}$

+) $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).

+) $\sqrt{2x+7} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases}$

Vậy phương trình (3) có hai nghiệm $x=2$ và $x=1$.

Câu 22. Cho phương trình $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$. (4) Khi đó:

a) Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$

b) Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt

c) Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên

d) Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3 - \sqrt{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$.

$$(4) \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} - x + x^2 - (2x-1) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{2x-1} - x) + x^2 - (\sqrt{2x-1})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x-1} - x) + (x - \sqrt{2x-1})(x + \sqrt{2x-1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{2x-1})(-1 + x + \sqrt{2x-1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = x \\ \sqrt{2x-1} = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 1 = x^2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 2x - 1 = (1 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2 - \sqrt{2}.$$

So với Điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = 1$ hoặc $x = 2 - \sqrt{2}$.

Câu 23. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình $\sqrt{4x^2 - 3x - 3} = \sqrt{2x + 3}$ có 2 nghiệm phân biệt

b) Phương trình $\sqrt{x^2 + 12x + 28} = \sqrt{2x^2 + 14x + 24}$ có 2 nghiệm phân biệt

c) Phương trình $\sqrt{-4x^2 - 5x + 8} - \sqrt{2x^2 + 2x - 2} = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

d) Phương trình $\sqrt{2x^2 - 12x - 14} = \sqrt{5x^2 - 26x - 6}$ có 2 nghiệm phân biệt

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $x = -\frac{3}{4}; x = 2$.

b) $x = -1 + \sqrt{5}$.

c) $x = -2$ và $x = \frac{5}{6}$.

d) Phương trình vô nghiệm.

Câu 24. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 2x - 5$ có 2 nghiệm phân biệt

b) Phương trình $\sqrt{x^2 + 3x + 4} - 3x = 1$ có 2 nghiệm phân biệt

c) Phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 8} = \sqrt{3}(x - 4)$ có 2 nghiệm phân biệt

d) Phương trình $\sqrt{11x^2 - 64x + 97} = 3x - 11$ có 2 nghiệm phân biệt

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) $x = \frac{14}{5}$.

b) $x = \frac{-3 + \sqrt{105}}{16}$.

c) $x = 4$ hoặc $x = 7$.

d) Phương trình vô nghiệm.

Câu 25. Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+1} = 8$ có 2 nghiệm phân biệt

b) Phương trình $\sqrt{7x+4} - \sqrt{x+1} = 3$ có 2 nghiệm phân biệt

c) Phương trình $\sqrt{5x+1} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{14x+7}$ có 2 nghiệm phân biệt

d) Phương trình $\sqrt{3x-3} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-4}$ có 2 nghiệm phân biệt

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) $x = 8$.

b) $x = 3$.

c) $x = -\frac{1}{9}$ hoặc $x = 3$.

d) $x = 2$ hoặc $x = 4$. (HD: pt $\Leftrightarrow \sqrt{3x-3} = \sqrt{2x-4} + \sqrt{5-x}$)

Câu 26. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Phương trình $\sqrt{x^2 + x - 4} = \sqrt{x^2 - x}$ có 2 nghiệm

b) Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{2x^2 - 5x - 1}$ có 2 nghiệm

c) Phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 1} = 5 - x$ có 2 nghiệm

d) Phương trình $\sqrt{-x^2 + x + 6} = 3x - 4$ có 2 nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) $S = \{2\}$.

b) $S = \{-1; 3\}$.

c) $S = \{2; -13\}$.

d) $S = \{2\}$.

Câu 27. Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$. Khi đó:

- a) $x=0$ là nghiệm của phương trình
- b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9
- d) Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Điều kiện:
$$\begin{cases} x(x-1) \geq 0 \\ x(x+2) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 1 \\ x \leq -2 \vee x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

+ Với $x=0$ thì phương trình trở thành $0=0 \Rightarrow x=0$ là một nghiệm của pt.

+ Với $x \geq 1$ thì pt $\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2}) = 2\sqrt{x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow x-1+x+2+2\sqrt{(x-1)(x+2)} = 4x \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x+2)} = x - \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 + x - 2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8} (N).$

Suy ra nghiệm của phương trình là $x=0 \vee x = \frac{9}{8}$.

Câu 28. Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$. Khi đó:

- a) Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$
- b) $x=-3$ là nghiệm của phương trình
- c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Điều kiện: $10-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

(*) $\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2} = (x+3)(x-4) \Leftrightarrow (x+3) [\sqrt{10-x^2} - (x-4)] = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10-x^2} = x-4 \end{cases} (1)$

Ta có: $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10} \Rightarrow x-4 \leq \sqrt{10}-4 < 0 \Rightarrow x-4 < 0$ nên (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=-3$.

Câu 29. Cho phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} = 5$. Khi đó:

a) Điều kiện $x \geq -5$

b) Phương trình tương đương với phương trình $x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

d) Tích các nghiệm của phương trình là một số dương

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Điều kiện: $x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$. pt $\Leftrightarrow x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{x+5})^2 + (x + \sqrt{x+5}) = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{x+5})(x + \sqrt{x+5}) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x+5})(x + 1 - \sqrt{x+5}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} = -x & (1) \\ \sqrt{x+5} = x+1 & (2) \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$.

Câu 30. Cho phương trình $2x^2 - 6x + 10 - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$. Khi đó:

a) Điều kiện $x \geq -1$

b) Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$

c) $x = 0$ là nghiệm của phương trình

d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Điều kiện: $x \geq -1$. pt $\Leftrightarrow 2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$

$$\Leftrightarrow [2(x-2)^2 - (x-2)\sqrt{x+1}] + [2(\sqrt{x+1})^2 - 4(x-2)\sqrt{x+1}] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)[2(x-2) - \sqrt{x+1}] - 2\sqrt{x+1}[2(x-2) - \sqrt{x+1}] = 0$$

$$\Leftrightarrow [2(x-2) - \sqrt{x+1}][(x-2) - 2\sqrt{x+1}] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-2) - \sqrt{x+1} = 0 \\ 2\sqrt{x+1} - (x-2) = 0 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 2(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 4x^2 - 17x + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 8x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8.$$

So với điều kiện, phương trình có hai nghiệm: $x = 3$ hoặc $x = 8$.

Câu 31. Cho phương trình $4x^2 + \sqrt{2x+3} = 8x+1$. Khi đó:

a) Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$

b) Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$

c) Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

d) Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Điều kiện: $2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$.

$$\text{pt} \Leftrightarrow 4x^2 - 6x + \frac{9}{4} = (\sqrt{2x+3})^2 - 2\sqrt{2x+3} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{3}{2} = \sqrt{2x+3} - \frac{1}{2} \\ 2x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \sqrt{2x+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+3} = 2x - 1 \\ \sqrt{2x+3} = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 - \sqrt{21}}{4} \\ x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{5 - \sqrt{21}}{4}$ hoặc $x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}$.