

CÂU HỎI

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên		
b)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai		
c)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba		
d)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng		

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).		
b)	Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).		
c)	Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).		
d)	Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).		

Câu 3. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng		
b)	Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng		
c)	Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng		
d)	Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18		

Câu 4. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách		
b)	Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách		
c)	Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách		
d)	Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).		

Câu 5. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A , 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C , cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252		
b)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C , 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.		
c)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C , 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.		
d)	Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950		

Câu 6. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý		
b)	Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau		
c)	Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau		
d)	Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế		

Câu 7. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách		
b)	Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.		
c)	Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.		
d)	Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn		

Câu 8. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B . Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách		
b)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có 1848 cách		
c)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có 924 cách		
d)	Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.		

Câu 9. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.		
b)	Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.		
c)	Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.		
d)	Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.		

Câu 10. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12 A, 3 học sinh lớp 12 B và 2 học sinh lớp 12 C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.		
b)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12 A và 12 B có: 21 cách.		
c)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12 B và 12 C có: 2 cách.		
d)	Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn		

Câu 11. Cho phương trình $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$.		
b)	Phương trình có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$		
c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
d)	Nghiệm của phương trình là số nguyên tố		

Câu 12. Cho bất phương trình $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$		
b)	Bất phương trình có chung tập nghiệm với bất phương trình $n^2 - 6n + 5 \leq 0$		
c)	Bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn		
d)	Các nghiệm thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của phương trình $x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$		

LỜI GIẢI

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:

- a) Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên
- b) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai
- c) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba
- d) Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

- a) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 20 bạn để ngồi vào hàng ghế đầu tiên là một chỉnh hợp chập 6 của 20. Vậy có A_{20}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên.
- b) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 14 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ hai là một chỉnh hợp chập 6 của 14. Vậy có A_{14}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên.
- c) Mỗi cách chọn 6 bạn trong 8 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ ba là một chỉnh hợp chập 6 của 8. Vậy có A_8^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba sau khi sắp xếp xong hai hàng ghế đầu.
- d) Còn lại 2 bạn ngồi vào hàng ghế cuối cùng. Mỗi cách chọn 2 ghế trong 6 ghế để xếp chỗ ngồi cho 2 bạn là một chỉnh hợp chập 2 của 6. Vậy có A_6^2 cách xếp 2 bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:

- a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).
- b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).
- c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).
- d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

- a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).
- b) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam.
Số cách xếp trong $X : 3!$; số cách xếp trong $Y : 5!$.
Số cách hoán đổi $X, Y : 2!$.
Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).
- c) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong $X : 3!$.
Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh, số cách hình vẽ: C_6^3 (cách).



Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: $3!$ (cách).

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5!C_6^33! = 14400$.

Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gộp bởi công thức A_6^3 . Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.

Câu 3. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

- a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng
- b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng
- c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng
- d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Khách lên tàu tùy ý nên mỗi khách sẽ có 3 lựa chọn. Vậy số khả năng thỏa mãn là $3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 3

c) Số cách chọn 3 toa để xếp 3 hành khách là: $A_3^3 = 3! = 6$.

d) Giai đoạn 1: Chia 3 hành khách ra làm hai nhóm X, Y: một nhóm có 2 người và một nhóm có 1 người. Số cách thực hiện là: $C_3^2 \times 1$.

Giai đoạn 2: Chọn 2 trong 3 toa tàu để xếp hai nhóm vào, số cách thực hiện là A_3^2 .

Vậy số cách xếp khách lên tàu thỏa mãn là $C_3^2 \times 1 \times A_3^2 = 18$.

Câu 4. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

- a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách
- b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách
- c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách
- d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Số cách chọn 4 bông từ 9 bông: $C_9^4 = 126$ (cách).

b) Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng: C_5^2 (cách).

Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng: C_4^2 (cách).

Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài: $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

c) 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

d) Cách giải 1: Làm trực tiếp.

Trường hợp 1: 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

Trường hợp 2: 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

Trường hợp 3: 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1 \cdot C_4^3 = 20$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40 + 60 + 20 = 120$ (cách chọn).

Cách giải 2: Phương pháp loại trừ.

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông (tùy ý): $C_9^4 = 126$ (cách).

Số cách chọn 4 bông chỉ một màu (hồng hoặc trắng): $C_5^4 + C_4^4 = 6$ (cách).

Vậy số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: $126 - 6 = 120$ (cách).

Câu 5. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A, B, C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

d) Ta sử dụng quy tắc loại trừ như lời giải sau:

Xét bài toán 1: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2 C_{25}^{13}$ cách.

Xét bài toán 2: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

- Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

- Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối C, 9 học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^9 C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_5^2 C_{25}^{13} - C_{10}^{10} C_{15}^3 - C_{10}^9 C_{15}^4 = 51861950$ (cách).

Câu 6. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

- a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý
- b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau
- c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau
- d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghế nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách xếp).

b) Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là $2!$.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần tử), số cách xếp là $8!$.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

c) Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là $9!$ cách. Vậy số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau là : $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

d) Số cách xếp để An, Bình ngồi 2 đầu dãy ghế là: $2! \cdot 7! = 10080$

Câu 7. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

- a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách
- b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.
- c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.
- d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách,

Trường hợp này có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 8. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B . Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

- a) Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách
- b) Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có 1848 cách
- c) Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có 924 cách
- d) Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có C_{14}^6 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B , có C_{12}^4 cách

Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B , có C_{12}^6 cách

Suy ra số cách chọn 6 bạn có mặt A, B nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ là:

$$C_{14}^6 - C_{12}^4 - C_{12}^6 = 1584 \text{ cách,}$$

Chọn 1 tổ trưởng từ nhóm 6 bạn này, có 6 cách.

Vậy có $1584 \cdot 6 = 9504$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.

Câu 9. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

- a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.
- b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.
- c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.
- d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: $C_6^2 \cdot 5 \cdot 4 = 300$ cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: $6 \cdot C_5^2 \cdot 4 = 240$ cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: $6 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 180$ cách.

d) $300 + 240 + 180 = 720$ cách.

Câu 10. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

- a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.
- b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: 21 cách.
- c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: 2 cách.
- d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: $C_9^5 = 126$ cách.

* Chọn 5 học sinh có cả học sinh 2 lớp, xảy ra các tình huống sau:

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: $C_7^5 = 21$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12C có: $C_6^5 = 6$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: $C_5^5 = 1$ cách.

* Chọn 5 học sinh chỉ có một lớp duy nhất: không có.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh là:

$$126 - (21 + 6 + 1) = 98 \text{ cách.}$$

Câu 11. Cho phương trình $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

a) Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$.

b) Phương trình có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

d) Nghiệm của phương trình là số nguyên tố

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$. Ta có: $A_x^3 + C_x^{x-3} = 14x$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + \frac{x!}{(x-3)!3!} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} = 14x$$

$$\Leftrightarrow 7(x-1)(x-2) = 84$$

$$(\text{vì } x > 0) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (n)} \\ x = -2 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 5$.

Câu 12. Cho bất phương trình $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$.

a) Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

b) Bất phương trình có chung tập nghiệm với bất phương trình $n^2 - 6n + 5 \leq 0$

c) Bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn

d) Các nghiệm thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của phương trình $x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Ta có: $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{A_n^3} \geq \frac{1}{C_{n+1}^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \geq \frac{2}{n(n+1)}$$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n-2) + (n+1) \geq 2(n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq n \leq 5.$$

Vì $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên $n \in \{3; 4; 5\}$.

