

CÂU HỎI

Câu 1. Cho các góc α, β thỏa mãn $0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ và $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = \sin^6 \alpha + \sin^6 \beta + 3\sin^2 \alpha \sin^2 \beta$.

Trả lời:.....

Câu 2. Cho $\cot \alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$?

Trả lời:.....

Câu 4. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 5. Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{2\sin^2 30^\circ}{1 - 2\cos^2 30^\circ} + 4\sin 60^\circ - \cot 30^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 7. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ.$$

Trả lời:.....

Câu 8. Tính giá trị biểu thức sau: $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 9. Tính giá trị biểu thức sau: $C = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$;

Trả lời:.....

Câu 10. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 11. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 12. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 13. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$?

Trả lời:.....

Câu 14. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$?

Trả lời:.....

Câu 15. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$?

Trả lời:.....

Câu 16. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sin 60^\circ + 2\cos 30^\circ - 3\sin 45^\circ$

Trả lời:.....

Câu 17. Tính giá trị của biểu thức: $B = \sin 90^\circ + \cos 60^\circ - 2 \tan 135^\circ$

Trả lời:.....

Câu 18. Tính giá trị của biểu thức: $C = \sqrt{3} \sin 60^\circ - \cos 120^\circ + \cot 135^\circ$

Trả lời:.....

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức: $D = a^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ + c^2 \cos 90^\circ$

Trả lời:.....

Câu 20. Tính giá trị của biểu thức: $E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ + \sin^2 85^\circ$

Trả lời:.....

Câu 21. Tính giá trị của biểu thức: $F = 1 - 2 \sin^2 55^\circ + 4 \cos^2 60^\circ - 2 \sin^2 35^\circ + \tan 55^\circ \tan 35^\circ$

Trả lời:.....

Câu 22. Cho $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 23. Cho $\tan \alpha = 1$. Tính $B = \frac{\sin^2 \alpha + 1}{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 24. Cho $\cot \alpha = 2$. Tính $B = \frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 25. Cho $\cot \alpha = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 26. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

Trả lời:.....

Lời giải

Câu 27. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 28. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Tính giá trị biểu thức $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho $\cos \alpha = \frac{-2}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\tan \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$.

Trả lời:.....

Câu 31. Cho $\tan x = -1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x + 2 \sin x}$.

Trả lời:.....

Câu 32. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 3 \sqrt{2} \cos \alpha}$ biết $\cot \alpha = -\sqrt{2}$.

Trả lời:.....

Câu 33. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời:.....

Câu 34. Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

Trả lời:.....

Câu 35. Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Tính giá trị của $\sin \alpha \cos \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $P = |\sin x - \cos x|$.

Trả lời:.....

Câu 37. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

Trả lời:.....

Câu 38. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

Trả lời:.....

Câu 39. Tính giá trị các biểu thức sau: $B = \cos 0^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Trả lời:.....

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho các góc α, β thỏa mãn $0^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ và $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = \sin^6 \alpha + \sin^6 \beta + 3 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$.

Trả lời: 1

Lời giải

Ta có: $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha$. Mà $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên

$$\begin{aligned} T &= \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ &= (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \\ &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1. \end{aligned}$$

Câu 2. Cho $\cot \alpha = -3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{13}{20}$

Lời giải

Vì $\cot \alpha = -3$ nên $\sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin^3 \alpha$, ta có:

$$P = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{\frac{1}{\sin^2 \alpha} (1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + \cot^3 \alpha}{(1 + \cot^2 \alpha)(1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + (-3)^3}{[1 + (-3)^2][1 - (-3)]} = -\frac{13}{20}$$

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$?

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải:

Ta có: $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$.

Câu 4. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời: $-\frac{15}{13}$

Lời giải:

Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3}$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$, ta được: $A = \frac{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 4}{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \frac{3 \tan \alpha + 4}{2 \tan \alpha - 5} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 4}{2 \cdot \frac{1}{3} - 5} = -\frac{15}{13}$.

Câu 5. Tính giá trị biểu thức $A = 3\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 3\cos 60^\circ + 10\cos 180^\circ$;

Trả lời: $-\frac{13}{2}$

Lời giải

$$A = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot (-1) = -\frac{13}{2}$$

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $B = \frac{2\sin^2 30^\circ}{1 - 2\cos^2 30^\circ} + 4\sin 60^\circ - \cot 30^\circ$.

Trả lời: $-1 + \sqrt{3}$

Lời giải

$$B = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$$

Câu 7. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ.$$

Trả lời: $\frac{7}{2}$

Lời giải

$$A = (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ) + \cos^2 45^\circ = 1 + 1 + 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 8. Tính giá trị biểu thức sau: $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$;

Trả lời: 1

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1 \cdot 1 \dots 1 = 1. \end{aligned}$$

Câu 9. Tính giá trị biểu thức sau: $C = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$;

Trả lời: 2

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) \\ &= [\sin^2 51^\circ + \sin^2 (90^\circ - 51^\circ)] + [\sin^2 55^\circ + \sin^2 (90^\circ - 55^\circ)] \\ &= (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) = 1 + 1 = 2. \end{aligned}$$

Câu 10. Tính giá trị biểu thức sau: $D = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 180^\circ$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$\begin{aligned} D &= (\cos 1^\circ + \cos 179^\circ) + (\cos 2^\circ + \cos 178^\circ) + \\ &\dots + (\cos 89^\circ + \cos 91^\circ) + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ \\ &= [\cos 1^\circ + \cos (180^\circ - 1^\circ)] + [\cos 2^\circ + \cos (180^\circ - 2^\circ)] + \dots + [\cos 89^\circ + \cos (180^\circ - 89^\circ)] + 0 - 1 \\ &= (\cos 1^\circ - \cos 1^\circ) + (\cos 2^\circ - \cos 2^\circ) + \dots + (\cos 89^\circ - \cos 89^\circ) - 1 \\ &= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 - 1 = -1. \end{aligned}$$

Câu 11. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$?

Trả lời: 13

Lời giải

$$\text{Do } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0.$$

Chia hai vế biểu thức A cho $\sin \alpha$, ta có: $A = \frac{3+4\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{2-5\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{3+4\cot \alpha}{2-5\cot \alpha} = \frac{3+4\cdot\frac{1}{3}}{2-5\cdot\frac{1}{3}} = 13$

Câu 12. Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3\cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$?

Trả lời: $\frac{17}{8}$

Lời giải

$$B = \frac{\tan \alpha + 3\frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan \alpha}}{\frac{\tan^2 \alpha + 1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 + 2\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + 2\cos^2 \alpha. \text{ Suy ra:}$$

$$B = 1 + 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{17}{8}.$$

Câu 13. Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$?

Trả lời: $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}$

Lời giải

$$\text{Do } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sqrt{2} \Rightarrow \cos \alpha \neq 0.$$

Chia cả tử và mẫu của T cho $\cos^3 \alpha$, ta có:

$$C = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

$$= \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}.$$

$$\text{Suy ra } C = \frac{\sqrt{2}(2+1) - (2+1)}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}(2+1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}.$$

Câu 14. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Tính giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$?

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin a + \cos a = \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + 2\sin a \cos a + \cos^2 a = 1 + 2\sin a \cos a$$

$$\Rightarrow \sin a \cdot \cos a = \frac{1}{2}.$$

Khi đó: $\sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a) - 2\sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$

Câu 15. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$?

Trả lời: $m = \pm 3$

Lời giải

Ta có: $7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 = m^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3.$

Câu 16. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sin 60^\circ + 2 \cos 30^\circ - 3 \sin 45^\circ$

Trả lời: $\frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 17. Tính giá trị của biểu thức: $B = \sin 90^\circ + \cos 60^\circ - 2 \tan 135^\circ$

Trả lời: $\frac{7}{2}$

Lời giải

$$B = 1 + \frac{1}{2} - 2 \cdot (-1) = \frac{7}{2}$$

Câu 18. Tính giá trị của biểu thức: $C = \sqrt{3} \sin 60^\circ - \cos 120^\circ + \cot 135^\circ$

Trả lời: 1

Lời giải

$$C = \sqrt{3} \sin 60^\circ + \cos 60^\circ - \cot 45^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 1$$

Câu 19. Tính giá trị của biểu thức: $D = a^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ + c^2 \cos 90^\circ$

Trả lời: $\frac{a^2}{4}$

Lời giải

$$D = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + b^2 \cdot 0 = \frac{a^2}{4}$$

Câu 20. Tính giá trị của biểu thức: $E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 77^\circ + \sin^2 85^\circ$

Trả lời: 2

Lời giải

$$E = \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \sin^2 (90^\circ - 13^\circ) + \sin^2 (90^\circ - 5^\circ)$$

$$= \sin^2 5^\circ + \sin^2 13^\circ + \cos^2 13^\circ + \cos^2 5^\circ$$

$$= (\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ) + (\sin^2 13^\circ + \cos^2 13^\circ) = 1 + 1 = 2$$

Câu 21. Tính giá trị của biểu thức: $F = 1 - 2\sin^2 55^\circ + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \tan 55^\circ \tan 35^\circ$

Trả lời: 1

Lời giải

$$F = 1 - 2\sin^2(90^\circ - 35^\circ) + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \tan(90^\circ - 35^\circ) \tan 35^\circ$$

$$F = 1 - 2\cos^2 35^\circ + 4\cos^2 60^\circ - 2\sin^2 35^\circ + \cot 35^\circ \cdot \tan 55^\circ$$

$$= 1 - 2(\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ) + 4\cos^2 60^\circ + \tan 35^\circ \cot 35^\circ = 1 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 1$$

Câu 22. Cho $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{1}{4}$

Lời giải

Vì $\tan \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\cos \alpha$ ta được:

$$B = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha) \frac{1}{\cos \alpha}}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{1}{\cos \alpha}} = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} = \frac{\frac{3}{5} - 1}{\frac{3}{5} + 1} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 23. Cho $\tan \alpha = 1$. Tính $B = \frac{\sin^2 \alpha + 1}{2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

Trả lời: 3

Lời giải

Vì $\tan \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\cos^2 \alpha$ ta được :

$$B = \frac{(\sin^2 \alpha + 1) \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{(2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha + 1}{2 - \tan^2 \alpha} = 3$$

Câu 24. Cho $\cot \alpha = 2$. Tính $B = \frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}$.

Trả lời: $-\frac{25}{7}$

Lời giải

Vì $\cot \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\sin^3 \alpha$ ta được :

$$B = \frac{(\sin \alpha + 2\cos \alpha) \frac{1}{\sin^3 \alpha}}{(\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha) \frac{1}{\sin^3 \alpha}} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + 2\cot \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{1 - \cot^3 \alpha}$$

$$= \frac{1 + \cot^2 \alpha + 2 \cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)}{1 - \cot^3 \alpha} = \frac{2 \cot^3 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \cot \alpha + 1}{1 - \cot^3 \alpha} = -\frac{25}{7}.$$

Câu 25. Cho $\cot \alpha = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

Trả lời: 5

Lời giải

$$\cot \alpha = 4 \Rightarrow \sin \alpha \neq 0. \text{ Khi đó ta có } P = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1 + \cot \alpha = 1 + 4 = 5.$$

Câu 26. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

Trả lời: 0

Lời giải

$$\text{Vì } 30^\circ \text{ và } 60^\circ \text{ là hai góc phụ nhau nên } \begin{cases} \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \\ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \end{cases}.$$

$$P = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ = 0.$$

Câu 27. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$.

Trả lời: 9

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 2(\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ) + 1 \\ &= 2[(\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)] + 1 \\ &= 2[(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)] + 1 \\ &= 2 \cdot 4 + 1 = 9 \end{aligned}$$

Câu 28. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Tính giá trị biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$.

Trả lời: $-\frac{9}{13}$

Lời giải

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

$$\text{Như vậy } 3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2 \left(-\frac{12}{13} \right) = -\frac{9}{13}$$

Câu 29. Cho $\cos \alpha = \frac{-2}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\tan \alpha$.

Trả lời: $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

Lời giải

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\frac{4}{25}} - 1 = \frac{21}{4}.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2} \text{ (Do } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{)}$$

Câu 30. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Trả lời: $\frac{13}{4}$

Lời giải

$$P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 31. Cho $\tan x = -1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$P = \frac{\sin x + 2\cos x}{\cos x + 2\sin x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + 2}{1 + 2\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{\tan x + 2}{1 + 2\tan x} = \frac{-1 + 2}{1 + 2 \cdot (-1)} = -1.$$

Câu 32. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin \alpha - \sqrt{2}\cos \alpha}{4\sin \alpha + 3\sqrt{2}\cos \alpha}$ biết $\cot \alpha = -\sqrt{2}$.

Trả lời: -2

Lời giải

Vì $\cot \alpha = -\sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\sin \alpha$ ta được:

$$P = \frac{\frac{2\sin \alpha - \sqrt{2}\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{4\sin \alpha + 3\sqrt{2}\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 - \sqrt{2}\cot \alpha}{4 + 3\sqrt{2}\cot \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2})}{4 + 3\sqrt{2}(-\sqrt{2})} = -2$$

Câu 33. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời: $\frac{1}{2}$

Lời giải

$$A = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 3 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{1} = 1 - 4 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}.$$

Câu 34. Cho tam giác ABC . Hãy tính $\sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$

Trả lời: 0

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C) &= \sin A \cdot \cos(180^\circ - A) + \cos A \cdot \sin(180^\circ - A) \\ &= -\sin A \cdot \cos A + \cos A \cdot \sin A = 0. \end{aligned}$$

Câu 35. Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Tính giá trị của $\sin \alpha \cos \alpha$.

Trả lời: $\frac{a^2 - 1}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \cos \alpha = a &\Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = a^2 \\ \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2 &\Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. Tính $P = |\sin x - \cos x|$.

Trả lời: $\frac{7}{5}$

Lời giải

$$\begin{aligned} P^2 &= (\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cdot \cos x, P \geq 0. \\ \frac{1}{5} &= \sin x + \cos x \Rightarrow \frac{1}{25} = (\sin x + \cos x)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{24}{25}. \\ \text{Do đó: } P^2 &= 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25} \Rightarrow P = \frac{7}{5} \quad (\text{Vì } P \geq 0). \end{aligned}$$

Câu 37. Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha.$$

Trả lời: -1

Lời giải

$\alpha + \beta = 180^\circ$. Hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Do đó $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1$.

Câu 38. Tính giá trị các biểu thức sau: $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

Trả lời: 2

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= (\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ) \\ &= (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ) = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Câu 39. Tính giá trị các biểu thức sau: $B = \cos 0^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Trả lời: 0

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) \\ &= (\cos 0^\circ - \cos 0^\circ) + (\cos 20^\circ - \cos 20^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ - \cos 80^\circ) = 0 \end{aligned}$$