CÂU HỎI

Câu 1. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A}=30^\circ, AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hãy tính: $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}|$

Trả lời:……………………

Câu 2. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A}=30^\circ, AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hãy tính: $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|$.

Trả lời:……………………

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và $IJ=\frac{5}{4}$.

Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, AC. Tính $|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CI}|$?

Trả lời:……………………

Câu 4. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$. Đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định. Khi đó điểm cố định đó là điểm nào?

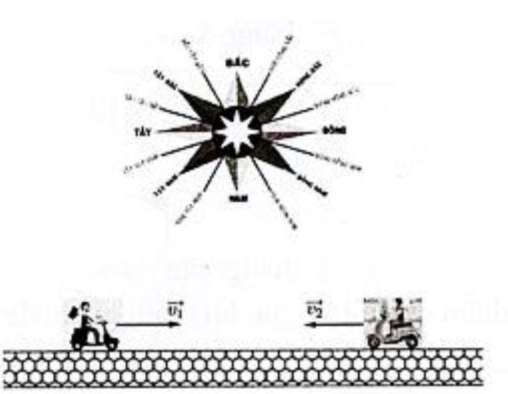
Trả lời:……………………

Câu 5. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC. Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB. Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N).

Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động. Vậy điểm cố định đó là điểm nào?

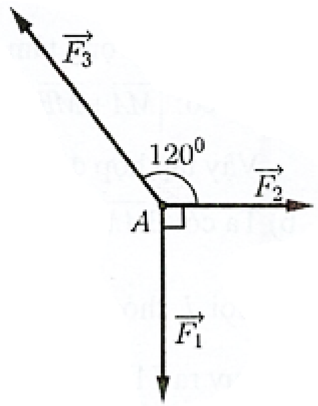
Trả lời:……………………

Câu 6. Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vectơ $\overrightarrow{v_1}$, một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vectơ $\overrightarrow{v_2}$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{v_2}$ theo $\overrightarrow{v_1}$.



Trả lời:……………………

Câu 7. Một chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ như hình vẽ biết chất điểm A đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực $\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ biết rằng lực $\overrightarrow{F_1}$ có độ lớn 12N



Trả lời:……………………

Câu 8. Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Trả lời:……………………

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD. Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

Trả lời:……………………

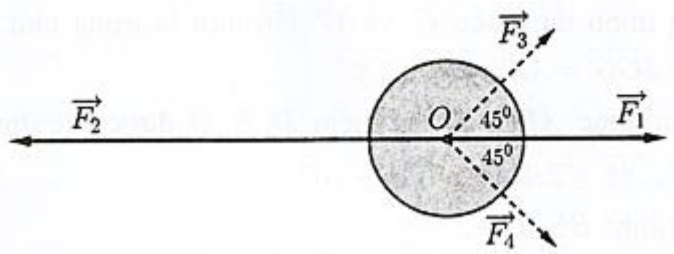
Câu 10. Cho ΔABC có trọng tâm G. Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF. Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}, \vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AI}$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Trả lời:……………………

Câu 11. Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 12. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\vec{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F_1}$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F_3}, \vec{F_4}$ có phương hợp với lực $\vec{F_1}$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20N$. Tìm độ lớn của mỗi lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}$.



Trả lời:……………………

Câu 13. Cho ΔABC. Gọi M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Trả lời:……………………

Câu 14. Cho ΔABC. Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Trả lời:……………………

Câu 15. Cho 2 điểm phân biệt A và B và hai số α và β với $\alpha + \beta \neq 0$.
Khi đó tồn tại bao nhiêu điểm I thỏa $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Trả lời:……………………

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$. Khi đó $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AF}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Lấy các điểm I, J sao cho $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IC} - 2\overrightarrow{ID} = \vec{0}; \overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{IJ} = k\overrightarrow{IO}$, vậy $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 18. Cho ΔABC. Gọi I, J là 2 điêm thỏa $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}, \overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BJ}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 19. Cho 4 điểm *A, B, C, D*. Gọi *I, S* lần lượt là trung điểm của BC và CD. Khi đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{DA} = k\overrightarrow{DB}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 20. Cho ΔABC. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA = \frac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Trả lời:……………………

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính vectơ $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$.

Trả lời:……………………

Câu 22. Cho ΔABC có điểm D, I thỏa $3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AI}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:……………………

Câu 23. Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

Trả lời:……………………

Câu 24. Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Cho điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$, khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:……………………

Câu 25. Cho tam giác ABC. Cho điểm N thỏa mãn đẳng thức: $|3\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}|=|\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NA}|$, khi đó điểm N thuộc đường tròn có đường kính bằng độ dài cạnh nào của tam giác ABC?

Trả lời:……………………

Câu 26. Cho tam giác ABC, có trọng tâm G, I là trung điểm của BC. Biết điểm M thỏa mãn $2|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=3|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$. Tìm tập hợp điểm M

Trả lời:…………………

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB. Khi đó $\overrightarrow{DB}=k\overrightarrow{QB}$. Vậy $k=?$

Trả lời:…………………

Câu 28. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $2BA=5BM$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi N là điểm trên AC sao cho $AN = xAC$. Tìm x, biết ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Trả lời:……………………

Câu 29. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm E thoả mãn $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+3\overrightarrow{ED}=\vec{0}$.

Trả lời:…………………….

Câu 30. Cho tam giác ABC. Tìm điểm K sao cho $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{CB}$

Trả lời:…………………….

Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M trên đường thẳng CD sao cho $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm M là hình chiếu của điểm nào?

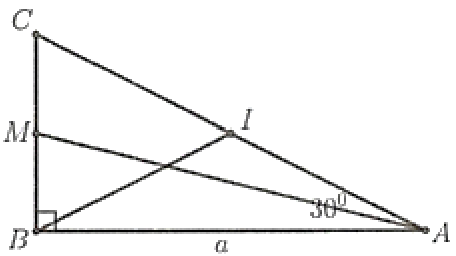
Trả lời:…………………….

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A}=30^\circ, AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hãy tính: $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}|$

Trả lời: $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Xét ΔABC vuông tại B: $\tan A = \dfrac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = a\tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,

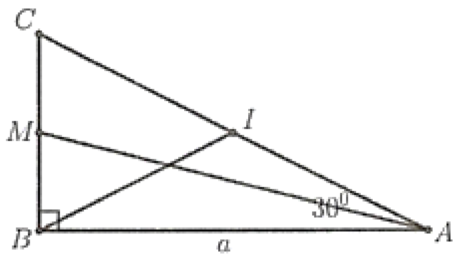
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Ta có: $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |2\overrightarrow{BI}| = 2|\overrightarrow{BI}| = 2BI = 2 \cdot \dfrac{AC}{2} = AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hãy tính: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Trả lời: $\dfrac{a\sqrt{39}}{3}$

Lời giải



Xét ΔABC vuông tại B: $\tan A = \dfrac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = a\tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Gọi M là trung điểm của BC, ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2}$$

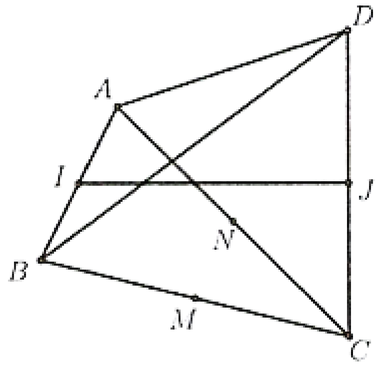
$$= 2\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và $IJ = \dfrac{5}{4}$.

Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, AC. Tính $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CI}|$?

Trả lời: 0

Lời giải



Ta có: $2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ (1), $2\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ (2), $2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ (3). Cộng theo vế (1), (2), (3):
$2(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CI})=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA})+(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB})=\vec{0}.$

Suy ra: $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CI}=\vec{0}$. Do vậy $|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CI}|=0$.

Câu 4. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$. Đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định. Khi đó điểm cố định đó là điểm nào?

Trả lời: trung điểm AG

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{MA}+(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})$
$\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MG}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=3(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG})\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=6\overrightarrow{MI}$

(với I là trung điểm AG).

Vậy hai vectơ $\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MI}$ cùng phương nên ba điểm M,N,I thẳng hàng.

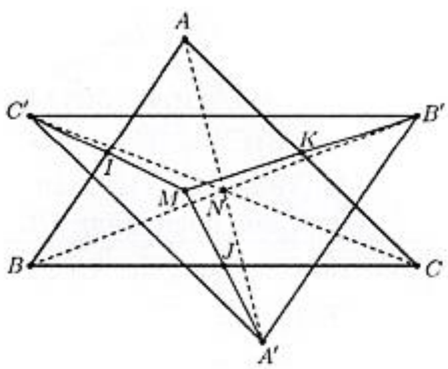
Do đó đường thẳng MN luôn qua điểm I cố định.

Câu 5. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB,BC,AC. Gọi A',B',C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J,K,I của cạnh BC,AC,AB. Biết ba đường thẳng AA',BB',CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N).

Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động. Vậy điểm cố định đó là điểm nào?

Trả lời: trọng tâm tam giác ABC

Lời giải



Xét tứ giác $MBA'C$ có hai đường chéo $BC, A'M$ cắt nhau tại trung điểm J của mỗi đường nên $MBA'C$ là hình bình hành, suy ra: $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA'}$ (1); mặt khác $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA'}=2\overrightarrow{MN}$ (2).

Cộng theo vế (1) và (2):

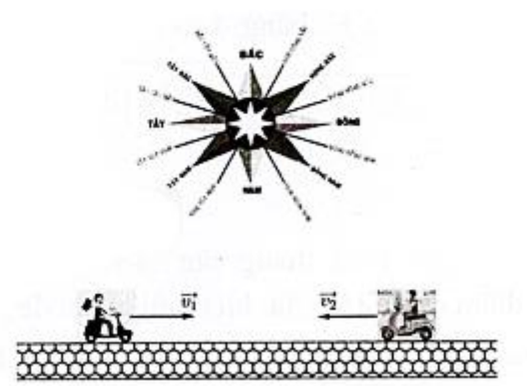
$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA'}=\overrightarrow{MA'}+2\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MN}$ (3).

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $2\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MG}$.

Vậy MN luôn đi qua điểm G cố định khi M di động.

Câu 6. Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vecto $\overrightarrow{v_1}$, một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vecto $\overrightarrow{v_2}$. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{v_2}$ theo $\overrightarrow{v_1}$.



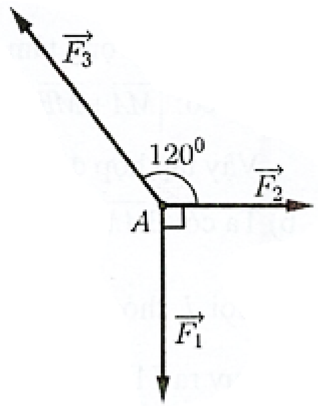
Trả lời: $\overrightarrow{v_2}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{v_1}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{v_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{v_1}$ và có độ lớn bằng $\frac{60}{40}=\frac{3}{2}$ lần độ lớn vecto $\overrightarrow{v_1}$.

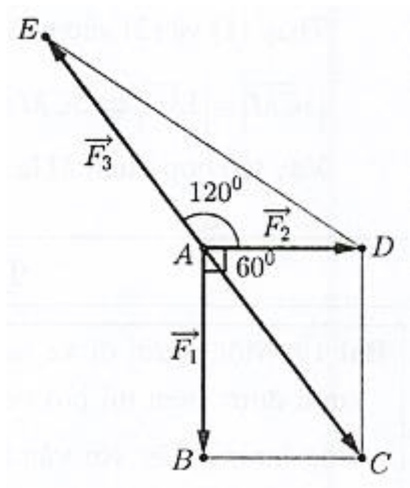
Vì vậy $\overrightarrow{v_2}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{v_1}$.

Câu 7. Một chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ như hình vẽ biết chất điểm A đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực $\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ biết rằng lực $\overrightarrow{F_1}$ có độ lớn 12N



Trả lời: $8\sqrt{3}\,N$

Lời giải



Đặt $\vec{F_1}=\overrightarrow{AB},\vec{F_2}=\overrightarrow{AD},\vec{F_3}=\overrightarrow{AE}$. Vẽ hình chữ nhật $ABCD$. Từ giả thiết:

$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$ (vật ở trạng tháng cân bằng)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AE}.$

Ta có $AB=12,CAD=180^\circ-120^\circ=60^\circ\Rightarrow \overrightarrow{BAC}=30^\circ.$

Tam giác ABC vuông tại B nên: $BC=AB\tan 30^\circ=12\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}=AD;$

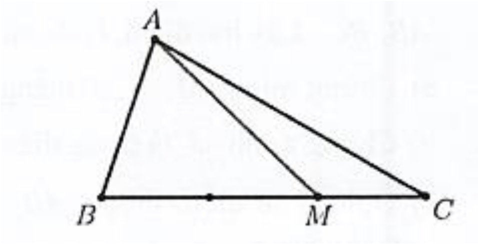
Độ lớn lực $\overrightarrow{F_2}$ bằng $4\sqrt{3}\,N$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+(4\sqrt{3})^2}=8\sqrt{3}$. Do vậy $\left|\overrightarrow{F_3}\right|=|\overrightarrow{AE}|=AC=8\sqrt{3}\,N$.

Câu 8. Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB=2MC$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải



Ta có

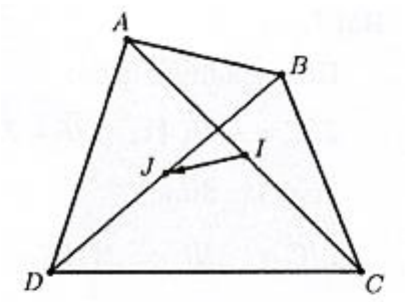
$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$=\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AC và BD. Biết $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k=?$

Trả lời: $k=2$

Lời giải



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}\,(1)\\ \overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DJ}\,(2)\end{cases}$

Cộng theo vế (1) và (2), ta được:

$$2\overrightarrow{IJ}=(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC})+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{DJ})$$

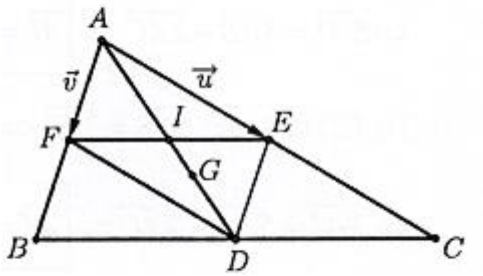
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ}=\vec{0}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$$

Suy ra $k=2$

Câu 10. Cho ΔABC có trọng tâm G. Các điểm D,E,F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC,CA,AB và I là giao điểm của AD và EF. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{AE},\vec{v}=\overrightarrow{AF}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AI}$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

Trả lời: $\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{v}$

Lời giải



Theo tính chất đường trung bình thì

$$\begin{cases} DE//AB \\ DF//AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE//AF \\ DF//AE \end{cases}$$

Suy ra: $AEDF$ là hình bình hành $\Rightarrow AD = AE + AF$.

Từ giả thiết ta có I là tâm của hình bình hành $AEDF$.

Khi đó: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$;

Câu 11. Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

Trả lời: $k = 3$

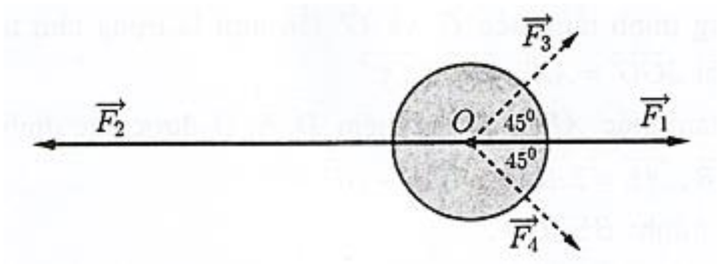
Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'}$$
$$= 3\overrightarrow{GG'} + (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + \left(\overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'}\right) = 3\overrightarrow{GG'} + \vec{0} + \vec{0} = 3\overrightarrow{GG'}.$$

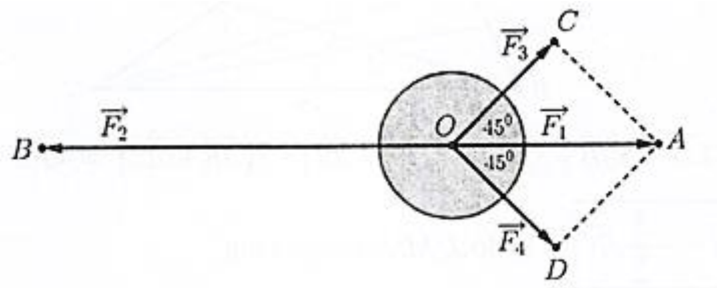
Suy ra $k = 3$

Câu 12. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\vec{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F_1}$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F_3}, \vec{F_4}$ có phương hợp với lực $\vec{F_1}$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20N$. Tìm độ lớn của mỗi lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}$.



Trả lời: $40\sqrt{2}\,N$

Lời giải



Ta có : $\vec{F_2} = -2\vec{F_1}$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.

$\Leftrightarrow \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F_1} - 2\vec{F_1} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{F_1}$.

Đặt $\vec{F_1} = \overrightarrow{OA}, \vec{F_2} = \overrightarrow{OB}, \vec{F_3} = \overrightarrow{OC}, \vec{F_4} = \overrightarrow{OD}$.

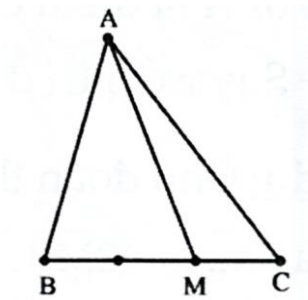
Ta có: $\vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{F_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA}$. Do đó $OCAD$ là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $COD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên $OCAD$ là hình vuông. Khi đó:
$\left|\vec{F_1}\right| = OA = 20\sqrt{2}\,N, \left|\vec{F_2}\right| = 2\left|\vec{F_1}\right| = 40\sqrt{2}\,N$.

Câu 13. Cho ΔABC. Gọi M là điểm thỏa $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải



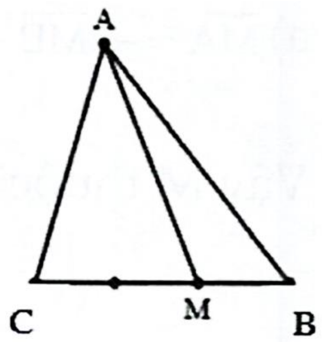
$\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} + 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 14. Cho ΔABC. Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải



Cách 1: $MC = 2MB, \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$ ngược hướng nên

$\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Cách 2: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 15. Cho 2 điểm phân biệt A và B và hai số α và β với $\alpha + \beta \neq 0$.
Khi đó tồn tại bao nhiêu điểm I thỏa $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Trả lời: 1

Lời giải

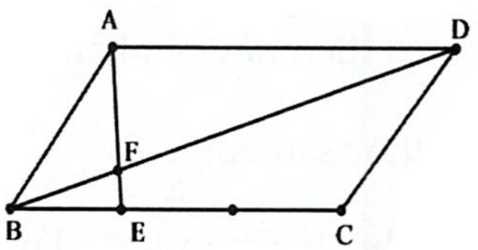
$\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow -\alpha\overrightarrow{AI} + \beta(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha + \beta)\overrightarrow{AI} = \beta\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{AB}$.

Do A, B cố định, $\frac{\beta}{\alpha + \beta}\overrightarrow{AB}$ không đổi nên tồn tại duy nhất điểm I thỏa: $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$. Khi đó $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AF}$. Vậy $k = ?$

Trả lời: $\frac{4}{3}$

Lời giải



Ta phân tích $\overrightarrow{AE}$ và $\overrightarrow{AF}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Xét hệ: $\begin{cases} \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \\ \frac{4}{3}\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AF}$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Lấy các điểm I, J sao cho $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IC}-2\overrightarrow{ID}=\vec{0}; \overrightarrow{JA}-2\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{IJ}=k\overrightarrow{IO}$, vậy $k=?$

Trả lời: 4

Lời giải

$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IC}-2\overrightarrow{ID}=\vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA}+2(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{ID})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI}+2\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{JA}-2\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}+2(\overrightarrow{JC}-\overrightarrow{JB})=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{IO}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{IJ}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\overrightarrow{IO}=-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD} \\ \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}=-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD} \end{cases} \Rightarrow 6\overrightarrow{IO}=\frac{3}{2}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IJ}=4\overrightarrow{IO}$

Câu 18. Cho ΔABC. Gọi I, J là 2 điêm thỏa $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}, \overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{BI}=k\overrightarrow{BJ}$. Vậy $k=?$

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

$\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AI}+3(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI})=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$

$\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$

$\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BJ}-2\overrightarrow{BJ}+3(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BJ})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BJ}-2\overrightarrow{BJ}+3\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{BJ}=\vec{0} \Leftrightarrow 6\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{AB}+3(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow 6\overrightarrow{BJ}=-4\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BJ}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Ta có : $\begin{cases} \overrightarrow{BI}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{BJ}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BI}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \\ \frac{3}{2}\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BJ}$

Câu 19. Cho 4 điểm *A*, *B*, *C*, *D*. Gọi *I*, *S* lần lượt là trung điểm của BC và CD. Khi đó: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{DA}=k\overrightarrow{DB}$. Vậy $k=?$

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{AI}$

$=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{DB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DB}$

Câu 20. Cho ΔABC. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA=\frac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Trả lời: $\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

Lời giải

Cách 1. $JA=\frac{2}{3}JC\Leftrightarrow 3JA=2JC$ mà $\overrightarrow{JA}$ và $\overrightarrow{JC}$ ngược hướng

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{JA}=-2\overrightarrow{JC}\Leftrightarrow 3(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BJ})+2(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BJ})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow \overrightarrow{BJ}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.

Cách 2: J thuộc cạnh AC và $JA=\frac{2}{3}JC\Rightarrow \frac{AJ}{AC}=\frac{2}{5}\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})=\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính vectơ $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}$.

Trả lời: $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

Lời giải

Gọi O là tâm hình bình hnh $ABCD$

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}.$

Câu 22. Cho ΔABC có điểm D, I thỏa $3\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{DC},\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AI}$. Vậy $k=?$

Trả lời: 2

Lời giải

$\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow -\overrightarrow{AI}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI})-2(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{AI}+3\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AI})-2\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AI}=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$3\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow 3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=2(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$

Câu 23. Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

Trả lời: $\frac{2}{2}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AK} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}$ (vì $KM = \frac{1}{2}AB$)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{2}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$

Câu 24. Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Cho điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$, khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời: 2

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}| = 3MG \Leftrightarrow MG = 2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 2.

Câu 25. Cho tam giác ABC. Cho điểm N thỏa mãn đẳng thức: $|3\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NA}|$, khi đó điểm N thuộc đường tròn có đường kính bằng độ dài cạnh nào của tam giác ABC?
Trả lời: AB

Lời giải

Gọi E là trung điểm của AC

$|3\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NA}| \Leftrightarrow |2(\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB}) + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NA}|$
$\Leftrightarrow |2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{NE}| = |\overrightarrow{AB}|$ (*)

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EI}$

(*) $\Leftrightarrow |2(\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{NE})| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{NI}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow NI = \frac{1}{2}AB$

Vậy tập hợp điểm N là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Câu 26. Cho tam giác ABC, có trọng tâm G, I là trung điểm của BC. Biết điểm M thỏa mãn $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm tập hợp điểm M

Trả lời: trung trực của GI.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$

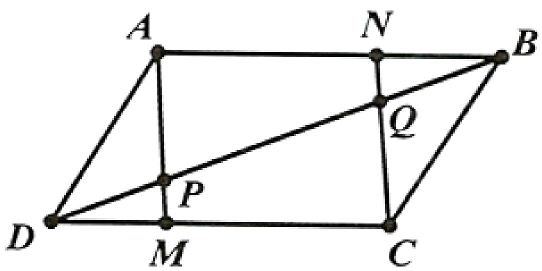
$2|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=3|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 2|3\overrightarrow{MG}|=3|2\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MG}|=|\overrightarrow{MI}|$

Vậy tập hợp điểm M là trung trực của GI.

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB. Khi đó $\overrightarrow{DB}=k\overrightarrow{QB}$. Vậy $k=?$

Trả lời: 1

Lời giải



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{NC}$.

Xét tam giác ΔDMP và ΔBNQ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $PDM = QBN$ (so le trong) Mặt khác $DMP = APB$ (đối đỉnh) và $APQ = NQB$ (hai góc đồng vị) suy ra $DMP = BNQ$.

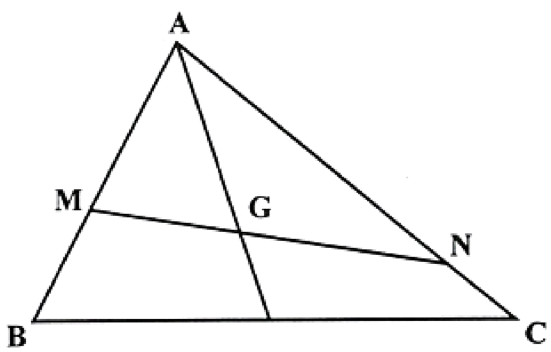
Do đó $\Delta DMP = \Delta BNQ$ (c.g.c) suy ra $DB = QB$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{QB}$.

Câu 28. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $2BA = 5BM$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi N là điểm trên AC sao cho $AN = xAC$. Tìm x, biết ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Trả lời: $x=\frac{3}{4}$

Lời giải



Ta có

$+\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{4}{15}\overrightarrow{AB}$

$+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AC}-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

+ Do M,N,G thẳng hàng nên

$$\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{MG}\Rightarrow\frac{x}{\frac{1}{3}}=\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{15}}\Rightarrow 3x=\frac{9}{4}\Rightarrow x=\frac{3}{4}$$

Câu 29. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm E thoả mãn $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+3\overrightarrow{ED}=\vec{0}$.

Trả lời: trung điểm của đoạn thẳng GD.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=3\overrightarrow{EG}$.

Khi đó $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+3\overrightarrow{ED}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{EG}+3\overrightarrow{ED}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$.

Vậy E là trung điểm của đoạn thẳng GD.

Câu 30. Cho tam giác ABC. Tìm điểm K sao cho $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{CB}$;

Lời giải

Trả lời: trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{KB}-\overrightarrow{KC}\Leftrightarrow\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$. Suy ra K là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M trên đường thẳng CD sao cho $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm M là hình chiếu của điểm nào?

Trả lời: trọng tâm của tam giác ABC.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}\Rightarrow|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=|3\overrightarrow{MG}|=3MG$. $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài MG nhỏ nhất.

Khi điểm M chuyển động trên đường thẳng CD, độ dài MG nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G lên đường thẳng CD.