

CÂU HỎI

Câu 1. Tìm tọa độ của vectơ \vec{u} biết $\vec{u}(2m-1;-2)$ và cùng phương với $\vec{v}(-2;m+3)$.

Trả lời:.....

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(5;3), N(-3;5)$. Tìm tọa độ điểm P nằm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng

Trả lời:.....

Câu 3. Cho các điểm $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$ tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{AM} + 2\vec{BM} + 3\vec{CM} = \vec{0}$.

Trả lời:.....

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

Trả lời:.....

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn $\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Trả lời:.....

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;4), B(-1;-2), C(8;1)$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM .

Trả lời:.....

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;5), B(9;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $\angle AMB = 90^\circ$.

Trả lời:.....

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3m;4m-1)$ và $\vec{b} = (\sqrt{2};\sqrt{2})$ (với m là tham số). Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 45° .

Trả lời:.....

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4;-2)$ và $B(10;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2;-1), \vec{b} = (1;1)$ và $\vec{d} = (2m+2;1-m^2)$. Tìm m dương biết rằng \vec{d} cùng phương với \vec{a} .

Trả lời:.....

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (-2; -6), \vec{c} = (m+n; -m-4n)$.

Tìm hai số m, n sao cho \vec{c} cùng phương \vec{a} và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$.

Trả lời:.....

Câu 13. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $\vec{a} \perp \vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 14. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Trả lời:.....

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: \vec{a}, \vec{b} cùng phương với nhau.

Trả lời:.....

Câu 16. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 17. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\cos B$.

Trả lời:.....

Câu 18. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B với $A(2;4), B(1;1)$.

Trả lời:.....

Câu 19. Tìm đỉnh D của hình thang cân $ABCD$ với $A(2;0), B(0;2), C(0;7)$.

Trả lời:.....

Câu 20. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $|MA - MB|$ bé nhất.

Trả lời:.....

Câu 21. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm N thuộc trục hoành sao cho $|NA - NC|$ bé nhất.

Trả lời:.....

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2,4), B(-1,3), C(2,5)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức vectơ $\vec{AE} - 3\vec{EC} + 2\vec{EB} = \vec{0}$

Trả lời:.....

Câu 23. Cho hai vectơ $\vec{a} = (1;2)$ và $\vec{b} = (5;3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 24. Cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -2)$ và $\vec{b} = (1; 4)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (5; 0)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Trả lời:.....

Câu 25. Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời:.....

Câu 26. Cho ba điểm $A(1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(-3; -5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho $T = |2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 27. Cho $\vec{u} = (2x - 1; 3)$, $\vec{v} = (1; x + 2)$. Có hai giá trị của x để \vec{u} cùng phương với \vec{v} . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời:.....

Câu 28. Cho $A(2; -4)$, $B(6; 0)$, $C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho $\vec{a} = (5; 2)$, $\vec{b} = (7; -3)$. Tìm \vec{x} thỏa
$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases}$$

Trả lời:.....

Câu 31. Tìm góc giữa \vec{a} và \vec{b} trong trường hợp sau: $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$

Trả lời:.....

Câu 32. Cho $A(2; 3)$, $B(9; 4)$, $C(5; y)$. Tìm y để ΔABC vuông tại C .

Trả lời:.....

Câu 33. Cho ΔABC có $A(-3; 6)$, $B(1; -2)$, $C(6; 3)$. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trả lời:.....

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1; 0)$; $B(-1; 1)$; $C(5; -1)$. Tìm tọa độ trục tâm H của tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 35. Cho $A(0; -2)$, $B(5; 0)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho ΔABC đều.

Trả lời:.....

Câu 36. Cho $A(2; 4)$, $B(-2; 1)$. Tìm điểm C trên trục hoành sao cho ΔABC cân tại A .

Trả lời:.....

Câu 37. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$ Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Trả lời:.....

Câu 38. Cho $A(-3;2), B(4;3)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho ΔABC vuông tại M .

Trả lời:.....

Câu 39. Cho $A(4;4), B(0;1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của AC đi qua B .

Trả lời:.....

Câu 40. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho $S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$.

Trả lời:.....

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm các giá trị thực của k để $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời:.....

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm đoạn CG . Trên AC lấy điểm F sao cho $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$. Tìm tọa độ điểm F ?

Trả lời:.....

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tìm tọa độ trục tâm H của tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Trả lời:.....

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

Trả lời:.....

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;6), B(2;x)$. Xác định tọa độ điểm B biết rằng $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$.

Trả lời:.....

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Trả lời:.....

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0;4), B(-3;0)$ và $C(10;4)$. Gọi M, N là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A . Tìm tọa độ M và N .

Trả lời:.....

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$.

Trả lời:.....

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$. Tìm tọa độ điểm P cố định và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm M :
 $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP}$.

Trả lời:.....

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$. Tìm tọa độ điểm E trên Ox sao cho $EA + EB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$. Tìm tọa độ điểm F trên Oy sao cho $|\overline{FA} + 3\overline{FB} - 2\overline{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm tọa độ của vector \vec{u} biết $\vec{u}(2m-1; -2)$ và cùng phương với $\vec{v}(-2; m+3)$.

Trả lời: $\vec{u}(1; -2); \vec{u}(-8; -2)$

Lời giải

Vì $\vec{u}(2m-1; -2)$ cùng phương với $\vec{v}(-2; m+3)$ nên $(2m-1)(m+3) - (-2)(-2) = 0$,

hay $2m^2 + 5m - 7 = 0$

Do đó, $m = 1$ hoặc $m = -\frac{7}{2}$.

Vậy tọa độ của vector cần tìm là $\vec{u}(1; -2); \vec{u}(-8; -2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(5;3), N(-3;5)$. Tìm tọa độ điểm P nằm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng

Trả lời: $P(17;0)$

Lời giải

P là điểm nằm trên trục hoành nên $P(x,0)$. Ta có: $\overline{MN} = (-8; 2); \overline{MP} = (x-5; -3)$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi $\overrightarrow{MP} = k\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 = k \cdot (-8) \\ -3 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17 \\ k = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy $P(17;0)$.

Câu 3. Cho các điểm $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$ tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}$.

Trả lời: $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM}(x-1; y-2), \overrightarrow{BM}(x+2; y), \overrightarrow{CM}(x; y-5)$. Từ điều kiện đã cho ta suy ra

$$\begin{cases} (x-1) + 2(x+2) + 3x = 0 \\ y-2 + 2y + 3(y-5) = 0 \end{cases} \text{ . Giải hệ phương trình ta được } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{17}{6}, \text{ suy}$$

ra $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Trả lời: $m=1, n=5$

Lời giải

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = m-3 \\ 7 = 2+n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=5 \end{cases}$. Vậy $m=1, n=5$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m;2), \vec{b} = (-3;n)$ và $\vec{c} = (-2m;7)$. Tìm m, n biết: $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

Trả lời: $m = -\frac{9}{4}, n = -1$

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} - 3\vec{b} = (2m+9; 4-3n)$.

Do đó $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = 2m+9 \\ 7 = 4-3n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{9}{4}, n = -1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Trả lời: $E(-11;6)$.

Lời giải

Giả sử $E(x; y)$. Ta có: $\overline{AE} = (x-2; y-2)$, $\overline{AB} = (-1; -5)$, $\overline{AC} = (-5; -2)$. Suy ra $-2\overline{AB} + 3\overline{AC} = (-13; 4)$.

$$\text{Do đó } \overline{AE} = -2\overline{AB} + 3\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -13 \\ y-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 6. \end{cases}$$

Vậy $E(-11; 6)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 4)$, $B(-1; -2)$, $C(8; 1)$.

Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng BC sao cho diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM .

Trả lời: $M(2; -1)$ và $M(-4; -3)$.

Lời giải

Vì M nằm trên đường thẳng BC nên diện tích của tam giác ABC bằng ba lần diện tích của tam giác ABM khi và chỉ khi $BC = 3BM$ (hai tam giác có cùng đường cao kẻ từ A).

Giả sử $M(x; y)$. Ta có: $\overline{BM} = (x+1; y+2)$, $\overline{BC} = (9; 3)$.

Trường hợp 1: $\overline{BC} = 3\overline{BM}$.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = 3\overline{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 3(x+1) \\ 3 = 3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } M(2; -1).$$

Trường hợp 2: $\overline{BC} = -3\overline{BM}$.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = -3\overline{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = -3(x+1) \\ 3 = -3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } M(-4; -3).$$

Vậy có hai trường hợp điểm M thỏa mãn bài toán là: $M(2; -1)$ và $M(-4; -3)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 5)$, $B(9; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $AMB = 90^\circ$.

Trả lời: $M(4; 0)$ và $M(6; 0)$.

Lời giải

Điểm M thuộc trục hoành nên giả sử $M(m; 0)$.

Ta có: $\overline{MA} = (1-m; 5)$, $\overline{MB} = (9-m; 3)$.

Theo đề bài, $AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \Leftrightarrow (1-m)(9-m) + 5 \cdot 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 4. \end{cases}$$

Vậy có hai trường hợp điểm M thỏa mãn bài toán là: $M(4; 0)$ và $M(6; 0)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3m; 4m-1)$ và $\vec{b} = (\sqrt{2}; \sqrt{2})$ (với m là tham số). Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng 45° .

Trả lời: $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}m + (4m-1)\sqrt{2}}{\sqrt{(3m)^2 + (4m-1)^2} \cdot \sqrt{2+2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{7m-1}{\sqrt{25m^2 - 8m + 1}} = 1.$

Ta có: $25m^2 - 8m + 1 > 0(1), 7m-1 > 0(2)$ và $7m-1 = \sqrt{25m^2 - 8m + 1}$ (3)

Giải phương trình (3), thay giá trị nghiệm vào (1), (2) để kiểm tra ta có $m = \frac{1}{4}$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4; -2)$ và $B(10; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $(0; 1)$

Lời giải

Điểm M thuộc trục tung nên giả sử $M(0; m)$. Ta có: $\vec{MA} = (4; -2-m)$, $\vec{MB} = (10; 4-m)$. Suy ra $\vec{MA} + \vec{MB} = (14; 2-2m)$. Do đó $|\vec{MA} + \vec{MB}| = \sqrt{14^2 + (2-2m)^2} \geq 14$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 1$. Vậy $|\vec{MA} + \vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 14 khi M có tọa độ là $(0; 1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (1; 1)$ và $\vec{d} = (2m+2; 1-m^2)$. Tìm m dương biết rằng \vec{d} cùng phương với \vec{a} .

Trả lời: $m = 2$

Lời giải:

Ta có: \vec{d} cùng phương với \vec{a} khi và chỉ khi $\frac{2m+2}{2} = \frac{1-m^2}{-1}$

$\Leftrightarrow -2m-2 = 2-2m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}.$

Vì m dương nên $m = 2$ thỏa mãn.

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$, $\vec{c} = (m+n; -m-4n)$.

Tìm hai số m, n sao cho \vec{c} cùng phương \vec{a} và $|\vec{c}| = 3\sqrt{5}$.

Trả lời: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}.$

Lời giải:

$$\vec{c} \text{ cùng phương } \vec{a} \text{ và } |\vec{c}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+n}{1} = \frac{-m-4n}{-2} \\ \sqrt{(m+n)^2 + (-m-4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-2n = -m-4n \\ (m+n)^2 + (m+4n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n \\ 45n^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}.$$

Câu 13. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $\vec{a} \perp \vec{b}$

Trả lời: $x = -40$

Lời giải:

Ta có: $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$, $\vec{b} = (x; -4)$; $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow x = -40$.

Câu 14. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Trả lời: $x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

Lời giải:

Ta có: $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{x^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 16} = \frac{\sqrt{101}}{2} \Leftrightarrow x^2 + 16 = \frac{101}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$.

Câu 15. Cho các vectơ $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$, $\vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm x để: \vec{a}, \vec{b} cùng phương với nhau.

Trả lời: $x = \frac{2}{5}$

Lời giải:

Ta có: \vec{a}, \vec{b} cùng phương khi và chỉ khi $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải:

Ta có: $\overline{AB} = (1;3), \overline{AC} = (9;-3), \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 1 \cdot 9 + 3(-3) = 0 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AC}$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A .

Ta có: $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, AC = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10}$;

Diện tích tam giác $ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = \frac{3}{2}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\cos B$.

Trả lời: $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3), \overrightarrow{BC} = (8; -6) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -1 \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$.

Suy ra: $\cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 18. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B với $A(2;4), B(1;1)$.

Trả lời: $(-2; 2), (4; 0)$

Lời giải:

Gọi $C(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (x-1; y-1), BC = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$; $\overrightarrow{BA} = (1; 3), BA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Tam giác ABC vuông cân tại $B \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ BA = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ (4 - 3y - 1)^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ [3(y - 1)]^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10(y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $(-2; 2), (4; 0)$.

Câu 19. Tìm đỉnh D của hình thang cân $ABCD$ với $A(2;0), B(0;2), C(0;7)$.

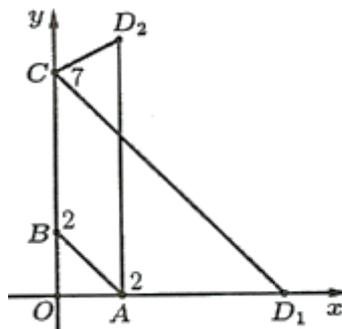
Trả lời: $D(7;0)$ hoặc $D(2;9)$

Lời giải:

Gọi $D(x; y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x; y - 7), \overrightarrow{AD} = (x - 2; y)$

$\overrightarrow{AB} = (-2; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}, \overrightarrow{BC} = (0; 5) \Rightarrow BC = 5$



Trường hợp 1: Hình thang có hai đáy AB, CD .

Ta có: $\begin{cases} \overline{AB}, \overline{CD} \text{ cùng phương} \\ AD = BC \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{y-7}{2} \\ \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ (-y + 7 - 2)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 7 \\ 2y^2 - 10y + 25 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{7^2 + (0-7)^2} = 7\sqrt{2} \neq AB$ nên $D(7;0)$ thỏa mãn.

Với $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ thì $CD = \sqrt{2^2 + (5-7)^2} = 2\sqrt{2} = AB$ (loại).

Trường hợp 2: Hình thang có hai đáy BC, AD .

Làm tương tự, ta có được điểm $D(2;9)$.

Câu 20. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $|MA - MB|$ bé nhất.

Trả lời: $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

Lời giải:

Ta thấy: $y_A y_B = 4 \cdot 1 > 0 \Rightarrow A, B$ nằm cùng phía so với trục Ox . Ta có: $|AM - BM| \leq AB$ nên $|AM - BM|_{\max} = AB$.

Giá trị lớn nhất này đạt được khi A, B, M thẳng hàng (M nằm ngoài AB). Gọi $M(x;0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+1; -4), \overline{AB} = (2; -3)$.

Ta có: $\overline{AM}, \overline{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow 3(x+1) = 8 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ hay $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

Câu 21. Cho ba điểm $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$. Tìm điểm N thuộc trục hoành sao cho $|NA - NC|$ bé nhất.

Trả lời: $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$

Lời giải:

Ta thấy: $y_A \cdot y_C = 4 \cdot (-1) < 0$ nên A, C nằm khác phía so với trục Ox .

Lấy điểm C' đối xứng với C qua Ox . Suy ra $C'(3;1)$ và C', A cùng phía so với Ox

Ta có: $N \in Ox \Rightarrow NC = NC'$. Vì vậy: $|NA - NC| = |NA - NC'| \leq AC'$

Suy ra: $|NA - NC|_{\max} = AC'$; giá trị lớn nhất này đạt được khi A, C', N thẳng hàng (N nằm ngoài A, C').

Gọi $N(a; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AN} = (a+1; -4), \overline{AC'} = (4; -3)$.

Vì $\overline{AN}, \overline{AC'}$ cùng phương nên $\frac{a+1}{4} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow -3a - 3 = -16 \Leftrightarrow a = \frac{13}{3}$.

Vậy $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(2, 4), B(-1, 3), C(2, 5)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức vector $\overline{AE} - 3\overline{EC} + 2\overline{EB} = \vec{0}$

Trả lời: $E\left(5; \frac{13}{2}\right)$

Lời giải

$$E(x; y) \cdot \overline{AE} = (x-2, y-4), \overline{EC} = (2-x, 5-y), \overline{EB} = (-1-x, 3-y)$$

$$\overline{AE} - 3\overline{EC} + 2\overline{EB} = \vec{0} \begin{cases} (x-2) - 3(2-x) + 2(-1-x) = 0 \\ (y-4) - 3(5-y) + 2(3-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10 = 0 \\ 2y - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(5; \frac{13}{2}\right)$$

Câu 23. Cho hai vector $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (5; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời: $\vec{v} = (16; 11)$

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (2; 4)$ và $\vec{b} = (5; 3)$ nên ta suy ra $2\vec{a} - \vec{b} = (-3; 1)$. Vậy $\vec{u} = (-3; 1)$.

Ta có $\vec{a} = (1; 2), 3\vec{b} = (15; 9), \vec{a} + 3\vec{b} = (16; 11)$. Vậy $\vec{v} = (16; 11)$.

Câu 24. Cho hai vector $\vec{a} = (2; -2)$ và $\vec{b} = (1; 4)$. Hãy phân tích vector $\vec{c} = (5; 0)$ theo hai vecto \vec{a} và \vec{b} .

Trả lời: $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$

Lời giải

Giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta có $\vec{c} = (2x + y; -2x + 4y)$.

$$\text{Mặt khác } \vec{c} = (5; 0) \text{ suy ra } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

Câu 25. Cho $\vec{a} = (x; 2), \vec{b} = (-5; 1), \vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

Trả lời: $x=15$

Lời giải

Ta có $2\vec{a} = (2x; 4), 3\vec{b} = (-15; 3)$ suy ra $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = (2x-15; 7)$.

Mặt khác $\vec{c} = (x; 7)$ nên $2x-15 = x \Leftrightarrow x=15$

Câu 26. Cho ba điểm $A(1;0), B(0;3), C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho $T = |2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $M(-4;0)$

Lời giải

$+M \in Ox \Rightarrow M(m;0)$

$+T = |2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}| = |\vec{MO} + 2\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC}|$

Đặt $\vec{u} = \vec{MO} + 2\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC}$

$2\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC} = (-4; -19); \vec{MO} = (-m; 0) \Rightarrow \vec{u} = (-m-4; -19)$

$T = |\vec{u}| = \sqrt{(m+4)^2 + 19^2} \geq 19, T_{\min} = 19 \Leftrightarrow m = -4$. Vậy $M(-4;0)$.

Câu 27. Cho $\vec{u} = (2x-1; 3), \vec{v} = (1; x+2)$. Có hai giá trị của x để \vec{u} cùng phương với \vec{v} . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời: $-\frac{5}{2}$

Lời giải

Với $x = -2$: Ta có $\vec{u} = (-5; 3); \vec{v} = (1; 0)$

Vì $\frac{1}{-5} \neq \frac{0}{3}$ nên hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ không cùng phương

Với $x \neq -2$: Ta có $\vec{u}; \vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2}$

$$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy tích của chúng là $1 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$.

Câu 28. Cho $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng.

Trả lời: $m = 10$

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (4; 4); \vec{AC} = (m-2; 8)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{m-2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$.

Vậy $m=10$ thì A, B, C thẳng hàng.

Câu 29. Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Trả lời: $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$

Lời giải

Ta có M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4), \overline{AM} = (-1; y-2)$.

\overline{AB} cùng phương với $\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$. Vậy $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$.

Câu 30. Cho $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (7; -3)$. Tìm \vec{x} thỏa $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases}$.

Trả lời: $\vec{x} = (6, 4)$

Lời giải

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 = 38 \\ b_1x_1 + b_2x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 38 \\ 7x_1 - 3x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = (6, 4).$$

Câu 31. Tìm góc giữa \vec{a} và \vec{b} trong trường hợp sau: $\vec{a} = (4; 3), \vec{b} = (1; 7)$

Trả lời: 45°

Lời giải

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$$

Câu 32. Cho $A(2; 3), B(9; 4), C(5; y)$. Tìm y để ΔABC vuông tại C .

Trả lời: $\begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \overline{CA} &= (-3; 3-y); \overline{CB} = (4; 4-y); \Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \overline{CA} \perp \overline{CB} \Leftrightarrow \overline{CA} \cdot \overline{CB} = 0 \\ &\Leftrightarrow -12 + (3-y)(4-y) = 0 \Leftrightarrow -12 + 12 - 3y - 4y + y^2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 33. Cho ΔABC có $A(-3; 6), B(1; -2), C(6; 3)$. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Trả lời: $I(1; 3)$

Lời giải

Gọi $I(x_I, y_I)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Leftrightarrow IA = IB = IC$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 \\ (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (1 - x_I)^2 + (-2 - y_I)^2 \\ (-3 - x_I)^2 + (6 - y_I)^2 = (6 - x_I)^2 + (3 - y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 1 - 2x_I + x_I^2 + 4 + 4y_I + y_I^2 \\ 9 + 6x_I + x_I^2 + 36 - 12y_I + y_I^2 = 36 - 12x_I + x_I^2 + 9 - 6y_I + y_I^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x_I - 16y_I = -40 \\ 18x_I - 6y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1; 3).$$

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1; 0); B(-1; 1); C(5; -1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H(-8; -27)$

Lời giải

$$H(x; y) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Ta có: $\overline{AH} = (x-1; y); \overline{BC} = (6; -2); \overline{BH} = (x+1; y-1); \overline{AC} = (4; -1)$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-1) - 2 \cdot y = 0 \\ 4(x+1) - 1 \cdot (y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}.$$

Vậy $H(-8; -27)$.

Câu 35. Cho $A(0; -2), B(5; 0)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho ΔABC đều.

Trả lời: $C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right)$ hoặc $C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$

Lời giải

$$\Delta ABC \text{ đều} \Leftrightarrow AB = BC = AC \Leftrightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BC = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ BC^2 = AC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x_C + 4y_C = 21 & (1) \\ 29 = (x_C - 5)^2 + y_C & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow y_C = \frac{21-10x_C}{4} \text{ thay vào (2): } 29 = (x_C - 5)^2 + \left(\frac{21-10x_C}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right) \text{ hoặc } C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right)$$

Câu 36. Cho $A(2;4), B(-2;1)$. Tìm điểm C trên trục hoành sao cho ΔABC cân tại A .

Trả lời: $C(-1;0)$ hoặc $C(5;0)$

Lời giải

$$C \in Ox \Rightarrow C(x_C; 0). \Delta ABC \text{ cân tại } A \Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2$$

$$\Leftrightarrow (-2-2)^2 + (1-4)^2 = (x_C - 2)^2 + (0-4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ x_C = 5 \end{cases} \Rightarrow C(-1;0) \text{ hoặc } C(5;0).$$

Câu 37. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$ Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Trả lời: $K(8;3)$

Lời giải

Gọi $K(x_K, y_K)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \perp \overline{BC} \\ \overline{BC} \text{ cùng phương } \overline{BK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BC} \text{ cùng phương } \overline{BK} \end{cases} (*).$$

$$\overline{AK} = (x_K - 5; y_K - 6); \overline{BC} = (1;1); \overline{BK} = (x_K - 4; y_K + 1).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x_K - 5) + 1(y_K - 6) = 0 \\ \frac{x_K - 4}{1} = \frac{y_K + 1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 8 \\ y_K = 3 \end{cases} \Rightarrow K(8;3).$$

Câu 38. Cho $A(-3;2), B(4;3)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho ΔABC vuông tại M .

Trả lời: $M(3;0)$ hoặc $M(-2;0)$

Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x_M; 0); \overline{MA} = (-3 - x_M; 2); \overline{MB} = (4 - x_M; 3).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow MA \perp MB \Leftrightarrow \overline{MA} \perp \overline{MB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \Leftrightarrow (-3 - x_M)(4 - x_M) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ x_M = -2 \end{cases} \Leftrightarrow M(3;0) \text{ hoặc } M(-2;0).$$

Câu 39. Cho $A(4;4), B(0;1)$. Tìm điểm C trên Oy sao cho trung trực của AC đi qua B .

Trả lời: $C(0;6) \vee C(0;-4)$

Lời giải

$$C \in Oy \Rightarrow C(0; y_C).$$

Trung trực AC đi qua $B \Leftrightarrow B$ nằm trên đường trung trực đoạn $AC \Leftrightarrow BA = BC$

$$\Leftrightarrow (4-0)^2 + (4-1)^2 = (0-0)^2 + (y_C - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_C = 0 \\ y_C = -4 \end{cases}$$

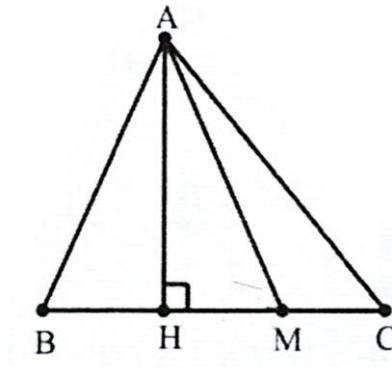
$$\Rightarrow C(0;6) \vee C(0;-4)$$

Câu 40. Cho ΔABC có $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho $S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$.

Trả lời: $M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Lời giải

Kẻ $AH \perp BC, S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot MB = 5 \cdot \frac{1}{2} AH \cdot MC \Leftrightarrow MB = 5MC$$

Mà \overrightarrow{MB} và \overrightarrow{MC} ngược hướng $\Rightarrow \overrightarrow{MB} = -5\overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_M = -5(x_C - x_M) \\ y_B - y_M = -5(y_C - y_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_M = -5(-4 - x_M) \\ -1 - y_M = -5(3 - y_M) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm các giá trị thực của k để $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời: $\begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$.

Lời giải

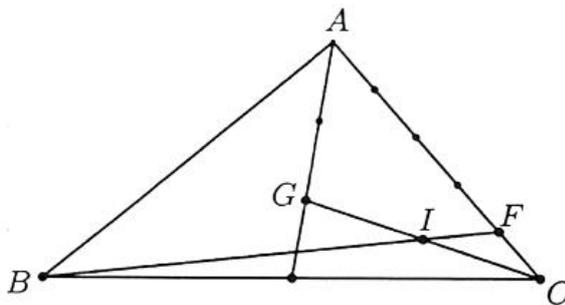
Ta có $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (k; -4)$.

$$2|\vec{u}|=|\vec{v}| \Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{k^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow k^2 + 16 = 101 \Leftrightarrow k^2 = 85 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$$

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , I là trung điểm đoạn CG . Trên AC lấy điểm F sao cho $\overline{CF} = \frac{1}{4}\overline{FA}$. Tìm tọa độ điểm F ?

Trả lời: $F(4;0)$

Lời giải



a) Ta có: $\overline{AB} = (-2; -5)$ và $\overline{AC} = (5; -5)$.

Vì $\frac{-2}{5} \neq \frac{-5}{-5}$ nên \overline{AB} không cùng phương với \overline{AC}

\Rightarrow Ba điểm A, B, C không thẳng hàng \Rightarrow Ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0-2+5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{4-1-1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(1; \frac{2}{3}\right)$$

$$I \text{ là trung điểm } GC \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{\frac{2}{3}-1}{2} = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(3; -\frac{1}{6}\right)$$

$$\overline{CF} = \frac{1}{4}\overline{FA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 5 = \frac{1}{4}(0 - x_F) \\ y_F + 1 = \frac{1}{4}(4 - y_F) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 4 \\ y_F = 0 \end{cases} \Rightarrow F(4;0)$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Trả lời: $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của ΔABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} (*).$$

$$\text{Ta có } \overline{AH} = (x+4; y-1), \overline{BC} = (0; -6), \overline{BH} = (x-2; y-4), \overline{AC} = (6; -3).$$

$$\text{Nên } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} -6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.
Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right)$$

Lời giải

Giả sử $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AC .

$$\text{Ta có } M(2; 1) \text{ và } N\left(-1; -\frac{1}{2}\right).$$

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} IM \perp BC \\ IN \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{IM} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{IN} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(1-y) = 0 \\ 6(-1-x) - 3\left(-\frac{1}{2}-y\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I\left(\frac{-1}{4}; 1\right).$$

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(0; 1), B(1; 3), C(2; 7)$ và $D(0; 3)$. Tìm giao điểm của hai đường thẳng AC và BD .

$$\text{Trả lời: } I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$$

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD

Suy ra $\overline{AI}, \overline{AC}$ cùng phương và $\overline{BI}, \overline{BD}$ cùng phương.

$$\text{Mặt khác, } \overline{AI} = (x; y-1), \overline{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2(1).$$

Và $\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0)$ suy ra $y = 3$.

Thế vào (1) ta có $x = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 6), B(2; x)$. Xác định tọa độ điểm B biết rằng $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$.

Trả lời: $B(2; 1)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3; 6), \overrightarrow{OB} = (2; x)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 6x = 12 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tọa độ điểm B cần tìm là $B(2; 1)$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$ và $B(0; 2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .

Trả lời: $C_1(0; 0), C_2(2; 2)$

Lời giải

Gọi $C(x; y)$, khi đó $\overrightarrow{CA} = (2-x; -y), \overrightarrow{CB} = (-x; 2-y)$.

Điều kiện để tam giác ABC vuông cân tại C là

$$\begin{cases} CA = CB \\ CA \perp CB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)^2 + y^2 = x^2 + (2-y)^2 \\ (2-x) \cdot (-x) + (-y)(2-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_1(0; 0), C_2(2; 2)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0; 4), B(-3; 0)$ và $C(10; 4)$. Gọi M, N là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A . Tìm tọa độ M và N .

Trả lời: $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right), N = (-16; -4)$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; -4) \Rightarrow AB = 5 \\ \overrightarrow{AC} = (10; 0) \Rightarrow AC = 10 \end{cases}$.

Gọi $M(x_M; y_M)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{MC} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_M = -\frac{1}{2} \cdot (10 - x_M) \\ 0 - y_M = -\frac{1}{2} \cdot (4 - y_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{4}{3} \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Suy ra $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Gọi $N(x_N; y_N)$.

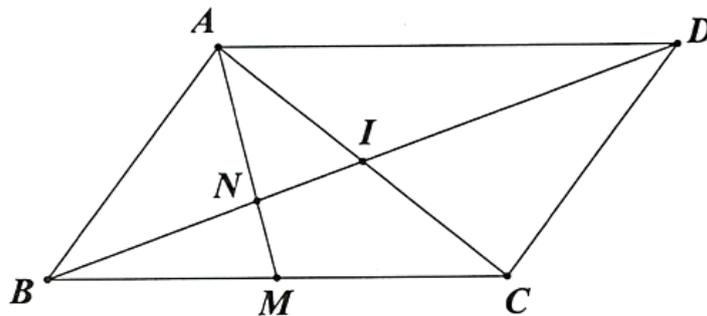
$$\text{Ta có } \overrightarrow{NB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{NC} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_N = \frac{1}{2} \cdot (10 - x_N) \\ 0 - y_N = \frac{1}{2} \cdot (4 - y_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -16 \\ y_N = -4 \end{cases}.$$

Suy ra $N = (-16; -4)$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4), C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM . Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$.

Trả lời: $B(2;1), D(9;4)$

Lời giải



Vì I là tâm của hình bình hành $ABCD$

Nên I là trung điểm của AC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} \\ y_I = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

Xét tam giác ABC thì Bi, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3+x_B+8}{3} \\ 2 = \frac{4+y_B+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \end{cases} \Rightarrow B(2;1).$$

Gọi $D(x_D; y_D)$.

Do I trung điểm của $BD \Rightarrow \begin{cases} 2+x_D=11 \\ 1+y_D=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=9 \\ y_D=4 \end{cases}$ nên $D(9;4)$.

Vậy $B(2;1), D(9;4)$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.
Tìm tọa độ điểm P cố định và hằng số k để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm M :
 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MP}$.

Trả lời: $k=4$

Lời giải

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2; -2)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MP} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI} = k\overrightarrow{MP}$ (1)

Do hệ thức đã cho đúng với mọi M , nên (1) cũng đúng với mọi M .

Do đó (1) cũng đúng khi $M \equiv P$, khi đó: $4\overrightarrow{PI} = k\overrightarrow{PP} \Rightarrow P \equiv I \Rightarrow P(2; -2)$.

Từ đó suy ra (1) $\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI} = k\overrightarrow{MI} \Rightarrow k=4$.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.
Tìm tọa độ điểm E trên Ox sao cho $EA+EB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $E(-2;0)$

Lời giải

Gọi $E(e;0)$.

Ta có: A, B nằm cùng phía với Ox .

Gọi $B'(-3; -1)$ là điểm đối xứng của B qua Ox .

Khi đó: $EA+EB = EA+EB'$ đạt giá trị nhỏ nhất khi A, E, B' thẳng hàng.

Suy ra $\frac{AE}{EB'} = 3 \Rightarrow \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{EB'} \Leftrightarrow \begin{cases} e-1 = -9-3e \\ 3=3 \end{cases}$

$\Rightarrow e = -2 \Rightarrow E(-2;0)$

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$.
Tìm tọa độ điểm F trên Oy sao cho $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời: $F(0;9)$

Lời giải

Gọi J là điểm sao cho $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JB} - 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \Rightarrow J(-9;9)$.

Suy ra $\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{FJ} \Rightarrow |\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}| = 2FJ$.

Nên $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi FJ nhỏ nhất.

Khi đó F là hình chiếu của J trên Oy .

Vậy $F(0;9)$.