

CÂU HỎI

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$

Trả lời:

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

Trả lời:

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}}$

Trả lời:

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{\sqrt[3]{x+3} + x}{\sqrt{|x-1| + |3-2x| + x - 2}}$.

Trả lời:

Câu 5. Gọi x (phút) là thời gian trung bình một người gọi điện thoại trong một tháng, biết rằng $x \in (900; 1000)$. Có hai gói cước để người đó lựa chọn:

- Gói cước 1: Giá cho 200 phút gọi đầu tiên là 50000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1200 đồng.
- Gói cước 2: Giá cho 500 phút gọi đầu tiên là 70000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1000 đồng.

Hỏi người đó nên chọn gói cước nào để được lợi hơn?

Trả lời:

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$;

Trả lời:

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{1}{1-\sqrt[3]{x}} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

Trả lời:

Câu 8. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số

Tìm m để hàm số xác định trên $(0; 1)$.

Trả lời:

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x}{x+m-1}$ với m là tham số. Tìm m để hàm số có tập xác định là $[0; +\infty)$.

Trả lời:

Câu 10. Cho $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tham số m để $f(m^2) + f(-2) = 18$.

Trả lời:

Câu 11. Với điều kiện nào của m thì hàm số $f(x) = (2m-1)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Trả lời:

Câu 12. Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 10% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 60000 đồng. Bạn An có 500000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

Trả lời:

Câu 13. Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

Trả lời:

Câu 14. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x\sqrt{x+2}}$

Trả lời:

Câu 15. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}$

Trả lời:

Câu 16. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt{x+10} + \sqrt{10-x}}{\sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2}}$;

Trả lời:

Câu 17. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3} - x - 1}$.

Trả lời:

Câu 18. Tìm a để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

Trả lời:

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2+1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$.

Trả lời:

Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Trả lời:

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số)
Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$.

Trả lời:

Câu 22. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$

Trả lời:

Câu 23. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1;3)$.

Trả lời:

Câu 24. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m+1}$ xác định trên $(0;+\infty)$.

Trả lời:

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trả lời:

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$.

Tìm m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Trả lời:

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tính $P = f(2) + f(-1)$.

Trả lời:

Câu 28. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{(x+2)(x-1)}$.

Trả lời:

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^3-5x^2+6x}$

Trả lời:

Câu 30. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{1-2x}{|x|-1} - \sqrt{5x-3}$

Trả lời:

Câu 31. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\sqrt{3x-5} + \sqrt{x^2+3}}{\sqrt{-x}}$

Trả lời:

Câu 32. Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$.

Trả lời:

Câu 33. Tìm tham số m để hàm số $y = \sqrt{3x-m}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$.

Trả lời:

Câu 34. Tìm m để hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{2}}{x^2-2x+1-m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Trả lời:

Câu 35. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{6-x} + \sqrt{2m-x}$ có tập xác định là $(-\infty; 6]$?

Trả lời:

Câu 36. Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

Trả lời:

Câu 37. Tìm m để hàm số $y = (2m+3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trả lời:

Câu 38. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx}{x-1}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Trả lời:

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x}{x+m}$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Trả lời:

Câu 40. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$

Trả lời: $D = (-2; 3]$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{3-x}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3-x \leq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 3$.

Tập xác định hàm số: $D = (-2; 3]$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

Trả lời: $D = \mathbb{R}$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x + \sqrt{x^2 - x + 1} \geq 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right) + \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} + \frac{1}{2} \geq 0 (*)$$

Ta có: $\left(x - \frac{1}{2}\right) + \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} + \frac{1}{2} > \left(x - \frac{1}{2}\right) + \left|x - \frac{1}{2}\right| + \frac{1}{2} > 0$ (với mọi $x \in \mathbb{R}$). Vậy $(*) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}}$

Trả lời: $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2}\sqrt{x-1} > 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)-2\sqrt{x-1}+1} > 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} > 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} \neq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq 1 \end{cases}.$$

Tập xác định hàm số: $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{\sqrt[3]{x+3}+x}{\sqrt{|x-1|+|3-2x|+x-2}}$.

Trả lời: $D = \mathbb{R} \setminus \left[1; \frac{3}{2}\right]$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$|x-1|+|3-2x|+x-2 > 0 \Leftrightarrow |x-1|-(x-1)+|3-2x|-(3-2x) > 0 (*)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |x-1| \geq (x-1) \\ |3-2x| \geq (3-2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1|-(x-1) \geq 0 \\ |3-2x|-(3-2x) \geq 0 \end{cases},$$

suy ra: $|x-1|-(x-1)+|3-2x|-(3-2x) \geq 0$.

$$\text{Đấu đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = (x-1) \\ |3-2x| = (3-2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Do vậy } (*) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

$$\text{Tập xác định hàm số: } D = \mathbb{R} \setminus \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 5. Gọi x (phút) là thời gian trung bình một người gọi điện thoại trong một tháng, biết rằng $x \in (900; 1000)$. Có hai gói cước để người đó lựa chọn:

- Gói cước 1: Giá cho 200 phút gọi đầu tiên là 50000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1200 đồng.
- Gói cước 2: Giá cho 500 phút gọi đầu tiên là 70000 đồng, và cứ mỗi phút gọi sau đó có giá 1000 đồng.

Hỏi người đó nên chọn gói cước nào để được lợi hơn?

Trả lời: gói cước 2

Lời giải

Nếu chọn theo gói cước 1, số tiền người đó cần phải trả là:

$$y = f(x) = 50000 + (x - 200) \cdot 1200 = 1200x - 190000 \text{ (đồng)}$$

Nếu chọn theo gói cước 2, số tiền người đó cần phải trả là:

$$y = g(x) = 70000 + (x - 500) \cdot 1000 = 1000x - 430000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Với } x \in (900; 1000); \text{ ta có } f(x) - g(x) = (1200x - 190000) - (1000x - 430000) = 200x + 240000 > 0$$

Suy ra $f(x) > g(x)$. Do đó, người đó nên chọn gói cước 2 để được lợi hơn.

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số sau:
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases};$$

Trả lời: $D = \mathbb{R}$

Lời giải

Khi $x < 1$ thì $f(x) = x^2 + x - 1$ luôn xác định; khi $x \geq 1$ thì $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ luôn xác định.

Vậy tập xác định hàm số: $D = (-\infty; 1) \cup [1; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số sau:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{1}{1-\sqrt[3]{x}} & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$$

Trả lời: $D = \mathbb{R}$

Lời giải

Khi $x \geq 0$ thì $f(x) = \frac{x}{x+1}$ luôn xác định; khi $x < 0$ thì $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt[3]{x}}$ luôn xác định.

Vậy tập xác định hàm số: $D = (-\infty; 0) \cup [0; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 8. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số

Tìm m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Trả lời: $m \in (-\infty;1] \cup \{2\}$

Lời giải

Hàm số xác định trên $(0;1) \Leftrightarrow (0;1) \subset [m-2; m-1) \cup (m-1; +\infty)$

$$\begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-\infty;1] \cup \{2\}$ là giá trị cần tìm.

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x}{x+m-1}$ với m là tham số. Tìm m để hàm số có tập xác định là $[0; +\infty)$.

Trả lời: $m = \frac{4}{3}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3m+4 \geq 0 \\ x+m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3m-4}{2} \\ x \neq 1-m \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $1-m \geq \frac{3m-4}{2} \Leftrightarrow m \leq \frac{6}{5}$, tập xác định hàm số $D = \left[\frac{3m-4}{2}; +\infty \right) \setminus \{1-m\}$.

Tập xác định này không thể bằng $[0; +\infty)$ theo đề bài. Do đó $m \leq \frac{6}{5}$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $1-m < \frac{3m-4}{2} \Leftrightarrow m > \frac{6}{5}$, tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3m-4}{2}; +\infty \right)$.

Do đó, hàm số có tập xác định là $[0; +\infty) \Leftrightarrow \frac{3m-4}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{4}{3}$ là giá trị cần tìm.

Câu 10. Cho $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tham số m để $f(m^2) + f(-2) = 18$.

Trả lời: $m = \pm 3$

Lời giải

Với $x = m^2 \geq 0$, ta có: $f(m^2) = m^2 - 4$. Với $x = -2 < 0$, ta có:

$$f(-2) = (-2)^2 - 4(-2) + 1 = 13.$$

Khi đó: $f(m^2) + f(-2) = 18 \Leftrightarrow (m^2 - 4) + 13 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Vậy $m = \pm 3$ thỏa mãn.

Câu 11. Với điều kiện nào của m thì hàm số $f(x) = (2m-1)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Trả lời: $m > \frac{1}{2}$

Lời giải

Xét $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$.

Ta có: $f(x_2) - f(x_1) = [(2m-1)x_2 + m + 3] - [(2m-1)x_1 + m + 3] = (2m-1)(x_2 - x_1)$.

Suy ra: $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 2m - 1$. Điều kiện để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

$T = 2m - 1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$. Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Một cửa hàng nhân dịp Noel đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 10% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 60000 đồng. Bạn An có 500000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo?

Trả lời: 9

Lời giải

Xét một người mua x gói kẹo (x nguyên dương). Khi đó: Gói thứ nhất người đó trả 60000 đồng.

Số gói kẹo còn lại là $x-1$ và người đó chỉ phải trả

$60000 - 10\%60000 = 54000$ đồng (mỗi gói).

Vậy số tiền phải trả khi mua kẹo được tính theo công thức

$y = 60000 + (x-1) \cdot 54000 = 54000x + 6000$.

Số tiền bạn An dùng mua kẹo phải không quá 500000 đồng, suy ra:

$54000x + 6000 \leq 500000 \Rightarrow x \leq \frac{247}{27} \approx 9,148$.

Vậy, với số tiền hiện có, bạn An chỉ có thể mua được tối đa 9 gói kẹo.

Câu 13. Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

Trả lời: nhà hàng thứ nhất

Lời giải

Gọi x là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới (x nguyên dương và $x \in [30; 35]$) và y (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ nhất, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2x + 20$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [80; 90]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ hai, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2,5x + 10$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [85; 97,5]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.

Vậy, nếu chất lượng phục vụ hai nhà hàng là tương đương, người đó nên chọn nhà hàng thứ nhất để tiết kiệm một khoản chi phí tiệc cưới.

Câu 14. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x\sqrt{x+2}}$

Trả lời: $D = (-2; +\infty) \setminus \{0\}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases}.$$

Tập xác định hàm số: $D = (-2; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 15. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}$

Trả lời: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định } (x^2-x+1)(x-x^2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x+1 \neq 0 \\ x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \\ x(1-x) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \neq 0 \wedge x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 1. \text{ Tập xác định hàm số: } D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}.$$

Câu 16. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt{x+10} + \sqrt{10-x}}{\sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2}}$;

Trả lời: $D = [-10; 10] \setminus \{3\}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Hàm số xác định} &\Leftrightarrow \begin{cases} x+10 \geq 0 \\ 10-x \geq 0 \\ \sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq 10 \\ \sqrt[3]{x^2+x-1} \neq \sqrt[3]{x^2+2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ x^2+x-1 \neq x^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ x \neq 3 \end{cases}. \end{aligned}$$

Tập xác định hàm số: $D = [-10; 10] \setminus \{3\}$.

Câu 17. Tìm tập xác định hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3}-x-1}$.

Trả lời: $D = [-3; +\infty) \setminus \{1\}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ \sqrt{x+3}-x-1 \neq 0 \end{cases} (*).$$

$$\text{Xét } \sqrt{x+3}-x-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3}=x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+3 = x^2+2x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vì vậy, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 1 \end{cases}$. Tập xác định hàm số: $D = [-3; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 18. Tìm a để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

Trả lời: $a \geq 1$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3a-2 \geq 0 \\ a+2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2-3a \\ x \leq a+2 \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $2-3a > a+2 \Leftrightarrow a < 0$. Khi đó tập xác định hàm số $D = \emptyset$ không thể chứa đoạn $[-1; 1]$.

Trường hợp 2: $2-3a \leq a+2 \Leftrightarrow a \geq 0$ (*). Khi đó tập xác định hàm số $D = [2-3a; a+2]$

Hàm số xác định $\forall x \in [-1; 1] \Leftrightarrow [-1; 1] \subset [2-3a; a+2]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-3a \leq -1 \\ 1 \leq a+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ a \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 1 \text{ (thỏa (*))}.$$

Vậy với $a \geq 1$ thì hàm số đã cho xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2+1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$.

Trả lời: $m = -2$

Lời giải

$$f(-1) = 2 \Leftrightarrow 2 = -m - 2(m^2 + 1) + 2m^2 - m \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.

Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Trả lời: $D = [-1; +\infty)$

Lời giải

Khi $x \geq 1$ thì hàm số là $y = \frac{1}{x}$ luôn xác định với $x \geq 1$.

Khi $x < 1$ thì hàm số là $y = \sqrt{x+1}$ xác định khi $\begin{cases} x < 1 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x < 1$

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x \geq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số)

Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$.

Trả lời: $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$ khi và chỉ khi $0 = -3 + m^2 + m + 1$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Câu 22. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 0)$

Trả lời: $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq m$. Hàm số xác định trên $(-1; 0) \Leftrightarrow m \notin (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 23. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1; 3)$.

Trả lời: không có giá trị m thỏa mãn.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ -x+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x < 2m \end{cases}.$

Nên tập xác định của hàm số là $D=[m-1; 2m)$ với điều kiện $m-1 < 2m \Leftrightarrow m > -1$.

Hàm số đã cho xác định trên $(-1; 3)$ khi và chỉ khi $(-1; 3) \subset [m-1; 2m)$

$$\Leftrightarrow m-1 \leq -1 < 3 \leq 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra không có giá trị } m \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 24. Tìm giá trị của tham số m để: Hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m+1}$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Trả lời: $m \leq -1$

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-m \geq 0 \\ 2x-m-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x \geq \frac{m+1}{2} \end{cases}$

- TH1: Nếu $m \geq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \geq 1$ thì (*) $\Leftrightarrow x \geq m$ suy ra TXĐ của hàm số là $D=[m; +\infty)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow (0; +\infty) \subset [m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 0$ (không thỏa)

- TH2: Nếu $m \leq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \leq 1$ thì (*) $\Leftrightarrow x \geq \frac{m+1}{2}$ suy ra TXĐ. $D=\left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow (0; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ (thỏa mãn điều kiện $m \leq 1$). Vậy $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trả lời: $m > 1$

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$.

Tìm m để điểm $M(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Trả lời: $m = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

Lời giải

Điểm $M(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $f(1) = 0$

$$\Leftrightarrow 0 = 2 + (m-1) + (m^2-1) + 2(m^2-3m+2) - 3 \Leftrightarrow 3m^2 - 5m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}.$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tính $P = f(2) + f(-1)$.

Trả lời: 6

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2 + 1 = 3 \\ f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3 \end{cases}$. Suy ra $P = f(2) + f(-1) = 3 + 3 = 6$.

Câu 28. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{(x+2)(x-1)}$.

Trả lời: $D = [0; +\infty) \setminus \{1\}$

Lời giải

Điều kiện để hàm số xác định: $\begin{cases} x \geq 0 \\ (x+2)(x-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = [0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 29. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^3 - 5x^2 + 6x}$

Trả lời: $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ x^3 - 5x^2 + 6x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \setminus \{0\}$.

Câu 30. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{1-2x}{|x|-1} - \sqrt{5x-3}$

Trả lời: $D = \left[\frac{3}{5}; +\infty\right) \setminus \{1\}$

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} |x|-1 \neq 0 \\ 5x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \geq \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq \frac{3}{5} \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3}{5}; +\infty\right) \setminus \{1\}$.

Câu 31. Tìm tập xác định của hàm số sau $y = \frac{\sqrt{3x-5} + \sqrt{x^2+3}}{\sqrt{-x}}$

Trả lời: $D = \emptyset$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ x^2+3 \geq 0 \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \emptyset$.

Câu 32. Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$.

Trả lời: $D = \mathbb{R}$

Lời giải

- Khi $x < 2$: $y = f(x) = \sqrt{-3x+8} + x$ xác định khi $-3x+8 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{3}$. Suy ra $D_1 = (-\infty; 2)$.

- Khi $x \geq 2$: $y = f(x) = \sqrt{x+7} + 1$ xác định khi $x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$. Suy ra $D_2 = [2; +\infty)$.

Vậy TXĐ của hàm số là $D = D_1 \cup D_2 = (-\infty; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 33. Tìm tham số m để hàm số $y = \sqrt{3x-m}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$.

Trả lời: $m \leq 3$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } 3x-m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{m}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m}{3}; +\infty \right).$$

$$\text{Để hàm số xác định trên } (1; +\infty) \text{ thì } (1; +\infty) \subset \left[\frac{m}{3}; +\infty \right) \Leftrightarrow \frac{m}{3} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Câu 34. Tìm m để hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{2}}{x^2-2x+1-m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Trả lời: $m < 0$

Lời giải

Để hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{2}}{x^2-2x+1-m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi phương trình $x^2-2x+1-m=0$ vô nghiệm hay $\Delta' = 1-(1-m) < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 35. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{6-x} + \sqrt{2m-x}$ có tập xác định là $(-\infty; 6]$?

Trả lời: $m \geq 3$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 6-x \geq 0 \\ 2m-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \leq 2m \end{cases}.$

Đề hàm số có tập xác định là $(-\infty; 6]$ khi và chỉ khi $6 \leq 2m \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 36. Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

Trả lời: $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}$

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi

$$(0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m \geq -4 \\ m \neq (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$$

Câu 37. Tìm m để hàm số $y = (2m+3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trả lời: $m < -\frac{3}{2}$

Lời giải

Hàm số $y = (2m+3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $2m+3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$.

Câu 38. Tìm các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx}{x-1}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Trả lời: $m < 0$

Lời giải

Với $x_1 \neq x_2$ ta có: $A = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{m(x_2 - x_1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}}{x_1 - x_2} = \frac{-m}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}.$

$\forall x_1, x_2 \in (1; +\infty), x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1 > 1, x_2 > 1 \Rightarrow x_1 - 1 > 0, x_2 - 1 > 0 \Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0.$

Khi đó để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $A > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x}{x+m}$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Trả lời: $m < 0$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$\text{Với } x_1 \neq x_2 \text{ ta có: } A = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{x_1}{x_1+m} - \frac{x_2}{x_2+m}}{x_1 - x_2} = \frac{m}{(x_1+m)(x_2+m)}.$$

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ khi $-1 \leq -m \Leftrightarrow m \leq 1(*)$

Do đó: $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; -m), x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1 < -m; x_2 < -m$

$$\Rightarrow x_1 + m < 0, x_2 + m < 0 \Rightarrow A < 0 \Leftrightarrow m < 0$$

Kết hợp với (*) ta có $m < 0$.

Câu 40. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Trả lời: $m \leq 3$

Lời giải

$$\text{Với mọi } x_1, x_2 \in (1; 2), x_1 \neq x_2, \text{ ta có } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = (m-1) - (x_1 + x_2).$$

Để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ thì $(m-1) - (x_1 + x_2) < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (1; 2)$.

Vì $x_1, x_2 \in (1; 2)$ nên $2 < x_1 + x_2 < 4$. Ta suy ra $(m-1) - (x_1 + x_2) < m-3$.

Do đó, $m-3 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.