CÂU HỎI

Câu 1. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0;2)$ và có đỉnh là $I(2;-1)$.

Trả lời: ……………….

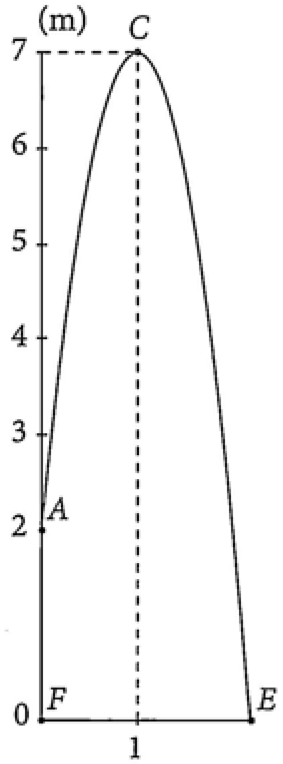
Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-2x^2+x+5$.

Trả lời: ……………….

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+3x-1$.

Trả lời: ……………….

Câu 4. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F, biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.



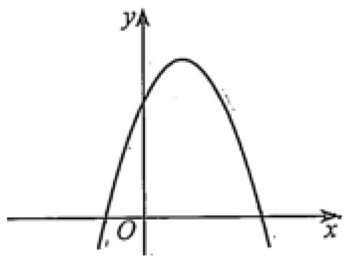
Trả lời: ……………….

Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần số lượng cá ban đầu và x không đổi.

Bằng cách thay đổi kĩ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Trả lời: ……………….

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình. Xác định dấu của a,b,c.



Trả lời: ……………….

Câu 7. Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là $5\%/$ năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

Trả lời: ……………….

Câu 8. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

Trả lời: ……………………

Câu 9. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Trả lời: ……………………

Câu 10. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có đỉnh là $I(-2;-1)$.

Trả lời: ……………………

Câu 11. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $A(-2;1)$.

Trả lời: ……………………

Câu 12. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0;5)$ và có đỉnh $I(3;-4)$.

Trả lời: ……………………

Câu 13. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = 2$, đồng thời (P) qua $M(4;-3)$.

Trả lời: ……………………

Câu 14. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

$(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1 .

Trả lời: ……………………

Câu 15. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số Parabol $(P): y = 2x^2 - x + 2$ và đường thẳng $d: y = 4 - x$.

Trả lời: ……………………

Câu 16. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $(P): y = -x^2 + 4x - 6$ và $(P): y = x^2 + x - 11$.

Trả lời: ……………………

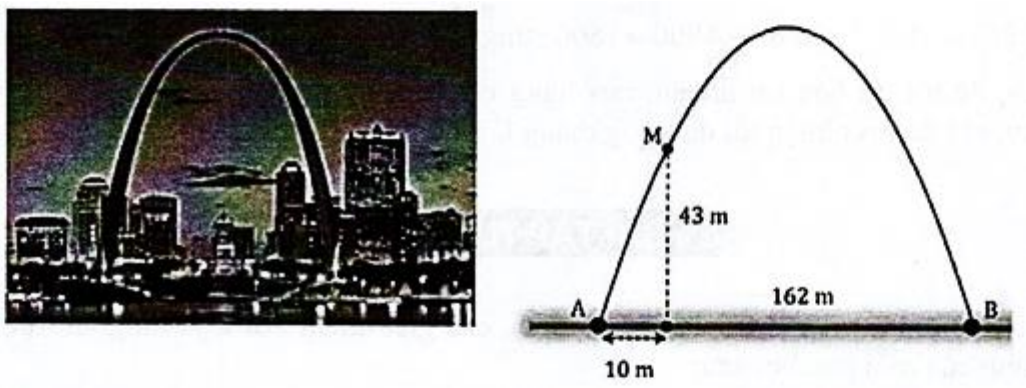
Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ với $x \in [0;4]$;

Trả lời: ……………………

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -\left(x^2+2\right)^2 + 2\left(x^2+2\right) - 2$ với $x \in \mathbb{R}$.

Trả lời: ……………………

Câu 19. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



Trả lời: ……………………

Câu 20. Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.
Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá x đô la thì mỗi tháng sẽ bán được $120 - x$ đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

Trả lời: ……………………

Câu 21. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua điểm $A(3;6)$ và có đỉnh $I(1;4)$.

Trả lời: ……………………

Câu 22. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Qua ba điểm $A(0;-1), B(1;-1), C(-1;1)$.

Trả lời: ……………………

Câu 23. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết: Có trục đối xứng là $x = -2$, đi qua điểm $A(1;4)$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 2x - 1$.

Trả lời: ……………………

Câu 24. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $A(3;4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.

Trả lời: ……………………

Câu 25. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết, Parabol (P) đi qua $B(-1;6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

Trả lời: ……………………

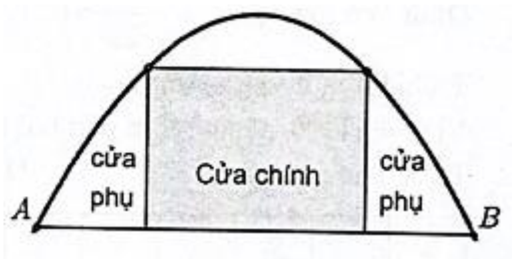
Câu 26. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau: $(P_1): y = x^2 + 2x - 1, (P_2): y = 2x^2 - 2x + 2$.

Trả lời: ……………………

Câu 27. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

Trả lời: ……………………

Câu 28. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.



Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, cửa chính (ở giữa parabol) cao $3m$ và rộng 4 m. Tính khoảng cách giữa hai chân công parabol ây (đoạn AB trên hình vẽ).

Trả lời: ……………………

Câu 29. Tìm tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m^2 - 8)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

Trả lời: ……………………

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = -2x^2 - x + 1$.

Trả lời: ……………………

Câu 31. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ với $0 \le x \le 4$.

Trả lời: ……………………

Câu 32. Cho (P): y $= ax^2 + bx + c$. Tìm các số a; b; c để đồ thị thỏa đi qua $A(0;1), B(1;2), C(3;-1)$

Trả lời: ……………………

Câu 33. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đi qua $A(2;3)$ và có đỉnh $S\left(1;\frac{7}{2}\right)$.

Trả lời: ....

Câu 34. Cho $(P): y = ax^2 + bx + c$, tìm phương trình (P) biết (P) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;6)$.

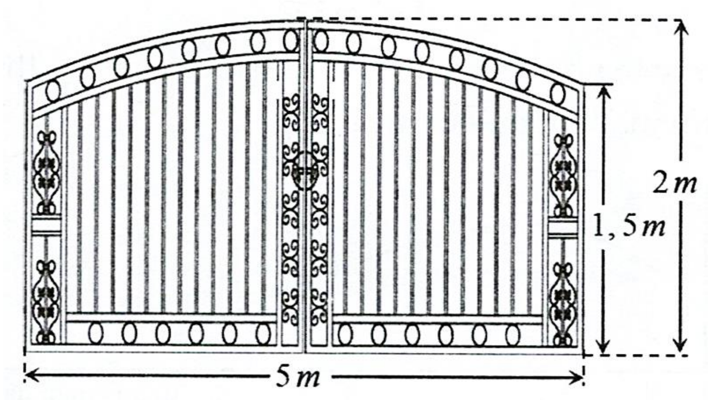
Trả lời: ....

Câu 35. Một người đang chơi cầu lông có khuynh hướng phát cầu với góc 30° (so với mặt đất).
a) Hãy tính khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa), biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,8m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $6m/s$ (bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).

b) Giữ giả thiết như câu a) và cho biết khoảng cách từ vị trí phát cầu đên lưới là $5m$. Lần này phát cầu có bị xem là hỏng không? (Biết: Mép trên của lưới cầu lông cách mặt đất $1,524m$; gia tốc trọng trường được chọn là $9,8m/s^2$)

Trả lời: ....

Câu 36. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol $y = ax^2 + bx + c$. Tìm a,b,c biết tổng của chúng là $\frac{48}{25}$.



Trả lời: ....

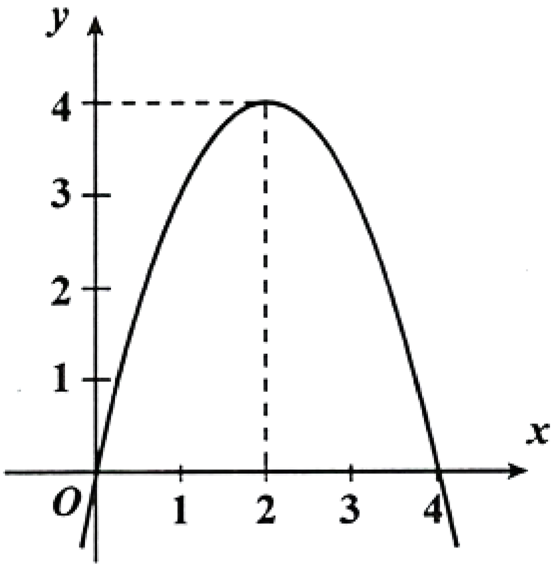
Câu 37. Cho hàm số $y = 2x^2 - 5x + 2$ có đồ thị là parabol (P). Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

Trả lời: ....

Câu 38. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;5] bằng -3 .

Trả lời: ....

Câu 39. Tìm phương trình của hàm số bậc hai có đồ thị dưới đây



Trả lời: ……………………

Câu 40. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Trả lời: ……………………

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

Trả lời: ……………………

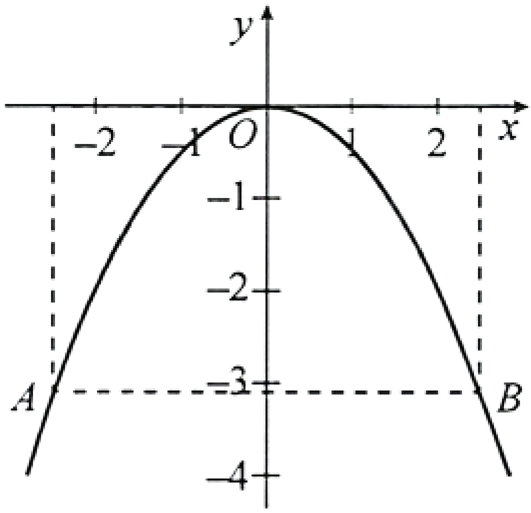
Câu 42. Đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3m + 2$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = 3x^2 - 2x - 1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m.

Trả lời: ……………………

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8 + 2x - x^2} = 2m$ có nghiệm.

Trả lời: ……………………

Câu 44. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.



Trả lời: ……………………

Câu 45. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hon đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Trả lời: ……………………

LỜI GIẢI

Câu 1. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0;2)$ và có đỉnh là $I(2;-1)$.

Trả lời: $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$

Lời giải

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0;2)$ suy ra $a.0^2 + b.0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$. Mặt khác, đỉnh I của parabol có toạ độ là $(2;-1)$ nên:

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$.

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 + x + 5$.

Trả lời: $\frac{41}{8}$

Lời giải

Xét hàm số $y=-2x^2+x+5$ có $a=-2<0$ và có đỉnh $I\left(\frac{1}{4};\frac{41}{8}\right)$. Do đó, hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\frac{41}{8}$ tại $x=\frac{1}{4}$.

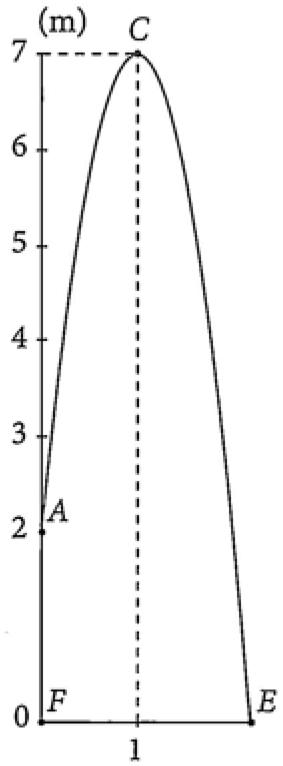
Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+3x-1$.

Trả lời: $\frac{-13}{4}$

Lời giải

Xét hàm số $y=x^2+3x-1$ có $a=1>0$ và có đỉnh $I\left(\frac{-3}{2};\frac{-13}{4}\right)$. Do đó, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{-13}{4}$ tại $x=\frac{-3}{2}$.

Câu 4. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F, biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất.



Trả lời: $\frac{5+\sqrt{35}}{5}$

Lời giải

Giả sử gốc toạ độ tại điểm F. Hàm số của đồ thị biểu diễn đường đi của viên bi có dạng $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$. Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là $C(1;7)$ và đi qua điểm $A(0;2)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=7 \\ a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b+2=7 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=10 \\ c=2. \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số biểu diễn đường đi của viên bi là $y=-5x^2+10x+2$.

Điểm E là giao điểm của đồ thị với trục hoành nên hoành độ của điểm E là nghiệm

của phương trình $-5x^2+10x+2=0$ phương trình này và kết hợp với điều kiện $x_E>0$ ta nhận $x_1=\dfrac{5+\sqrt{35}}{5}$.

Vậy khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là $\dfrac{5+\sqrt{35}}{5}$ mét.

Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần số lượng cá ban đầu và x không đổi.
Bằng cách thay đổi kĩ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm để số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Trả lời: 5

Lời giải

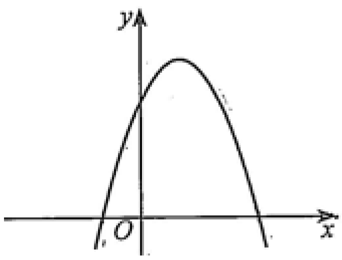
Sau một năm số lượng cá trong hồ là $1000+1000x=1000(1+x)$ (con).

Sau hai năm số lượng cá trong hồ là $1000(1+x)+1000(1+x)x=1000(1+x)^2$ (con).

Điều kiện $x>0$. Để số lượng cá trong hồ sau hai năm là 36000 thì ta có: $1000(1+x)^2=36000 \Leftrightarrow (1+x)^2=36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-7\,(l) \end{array}\right.$

Vậy tốc độ tăng thêm số lượng cá trong hồ sau mỗi năm là 5 lần số lượng cá ban đầu.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như Hình. Xác định dấu của a,b,c.



Trả lời: $a<0$, $b>0$, $c>0$

Lời giải

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng xuống dưới nên $a<0$. Hoành độ đỉnh có giá trị dương nên $-\dfrac{b}{2a}>0 \Rightarrow b>0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Câu 7. Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là $5\%/$ năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi có đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan không?

Trả lời: đủ

Lời giải

Nếu gửi ở ngân hàng có lãi suất $5\%/$năm thì sau 2 năm số tiền cả vốn lẫn lãi thu được là: $50\left(1+\dfrac{x}{100}\right)^2=55{,}125$ (triệu đồng).

Ta có: $55{,}125>54$. Vậy sau 2 năm gửi tiết kiệm, số tiền cả vốn và lãi đã đủ để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan.

Câu 8. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:
$(P): y=ax^2+bx+2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x=\dfrac{3}{2}$.

Trả lời: $y=x^2-3x+2$

Lời giải

(P) qua $A(1;0)$ nên $0=a.1^2+b.1+2 \Leftrightarrow a+b=-2$ (1).

(P) có trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow 3a+b=0$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $a=1, b=-3$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y=x^2-3x+2$.

Câu 9. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:
$(P): y=ax^2-4x+c$ có trục đối xứng là là đường thẳng $x=2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Trả lời: $y=x^2-4x+3$

Lời giải

(P) có trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{4}{2a}=2\Rightarrow a=1;(P)$ lại qua $M(3;0)$ $\Rightarrow 0=a.3^2-4.3+c \overset{a=1}{\Rightarrow} c=3$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y=x^2-4x+3$.

Câu 10. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y=ax^2-4x+c$ có đỉnh là $I(-2;-1)$.

Trả lời: $y=-x^2-4x-5$

Lời giải

(P) có đỉnh $I(-2;-1)$ nên $\begin{cases} x_I=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{4}{2a}=-2 \\ y_I=a\cdot(-2)^2-4(-2)+c=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=-5 \end{cases}$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định là $y=-x^2-4x-5$.

Câu 11. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y=ax^2-4x+c$ có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $A(-2;1)$.

Trả lời: $(P): y=-\frac{2}{3}x^2-4x-\frac{13}{3}$

Lời giải

(P) có hoành độ đỉnh là $x_I=-\frac{b}{2a}=\frac{4}{2a}=-3 \Rightarrow a=-\frac{2}{3}$.

Mặt khác (P) qua $A(-2;1)$ nên $1=a\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)+c \overset{a=-\frac{2}{3}}{\Rightarrow} c=-\frac{13}{3}$. Vậy hàm số bậc hai được xác định là: $(P): y=-\frac{2}{3}x^2-4x-\frac{13}{3}$.

Câu 12. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y=ax^2+bx+c$ đi qua điểm $A(0;5)$ và có đỉnh $I(3;-4)$.

Trả lời: $y=x^2-6x+5$

Lời giải

(P) qua $A(0;5)$ nên $c=5$; hoành độ đỉnh $x_I=-\frac{b}{2a}=3 \Rightarrow 6a+b=0$ (1).

Mặt khác điểm $I(3;-4)$ thuộc (P) nên $-4=a.3^2+b.3+c \overset{c=5}{\Rightarrow} 9a+3b=-9 \Rightarrow 3a+b=-3$ (2).

Giải hệ phương trình (1), (2) ta có: $a=1, b=-6$. Vậy hàm số được xác định: $y=x^2-6x+5$.

Câu 13. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:
$(P): y=ax^2+bx+c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x=2$, đồng thời (P) qua $M(4;-3)$.

Trả lời: $y=-x^2+4x-3$

Lời giải

Theo giả thiết thì $-\frac{b}{2a}=2 \Rightarrow 4a+b=0$ (1); (P) qua hai điểm $I(2;1), M(4;-3)$ nên

$\begin{cases} 4a+2b+c=1 & (2) \\ 16a+4b+c=-3 & (3) \end{cases}$. Giải hệ (1), (2), (3): $\begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases}$.

Vậy hàm số được xác định: $y=-x^2+4x-3$.

Câu 14. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:
$(P): y=ax^2+bx+c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1.

Trả lời: $y=18x^2+12x+1$ hoặc $y=2x^2-4x+1$

Lời giải

(P) đi qua hai điểm $A(-1;7)$ và $B(0;1)$ nên $\begin{cases} a-b+c=7 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+6\ (1) \\ c=1 \end{cases}$.

Mặt khác $y_{\min}=-\dfrac{\Delta}{4a}=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\overset{c=1}{=}\dfrac{4a-b^2}{4a}=-1 \Rightarrow 4a-b^2=-4a \Rightarrow b^2-8a=0$

Thay (1) vào (2): $b^2-8(b+6)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=12 \\ b=-4 \end{array}\right.$.

Với $b=12$ thì $a=18>0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=18x^2+12x+1$.

Với $b=-4$ thì $a=2>0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y=2x^2-4x+1$.

Câu 15. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số Parabol $(P): y=2x^2-x+2$ và đường thẳng $d: y=4-x$.

Trả lời: $(-1;5)$ và $(1;3)$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho:
$2x^2-x+2=4-x \Leftrightarrow 2x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Với $x=1$ thì $y=3$; với $x=-1$ thì $y=5$. Vậy hai đồ thị hàm số có hai giao điểm là $(-1;5)$ và $(1;3)$

Câu 16. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $(P): y=-x^2+4x-6$ và $(P): y=x^2+x-11$.

Trả lời: $(-1;-11)$ và $\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho:

$-x^2+4x-6=x^2+x-11 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Với $x=-1$ thì $y=-11$; với $x=\dfrac{5}{2}$ thì $y=-\dfrac{9}{4}$. Vậy hai giao điểm cần tìm là $(-1;-11)$ và $\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{4}\right)$.

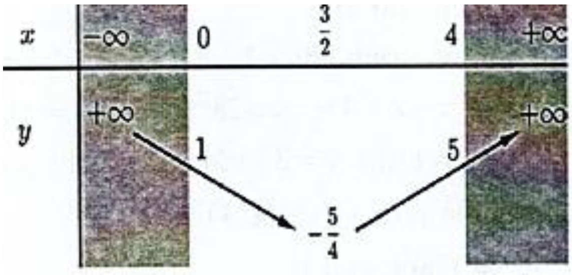
Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-3x+1$ với $x\in[0;4]$;

Trả lời: giá trị lớn nhất bằng 5, giá trị nhỏ nhất bằng $-\dfrac{5}{4}$

Lời giải:

$f(x)=x^2-3x+1$. Ta có: $a=1,b=-3,c=1\Rightarrow -\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}$ và $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{5}{4}$. Vì $a=1>0$ nên bề lõm đồ thị hướng lên.

Bảng biến thiên hàm số khi $x\in[0;4]$ là:



Ta có thể kết luận: Với $x\in[0;4]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5, khi đó $x=4$; hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $-\dfrac{5}{4}$, khi đó $x=\dfrac{3}{2}$.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-\left(x^2+2\right)^2+2\left(x^2+2\right)-2$ với $x\in\mathbb{R}$.

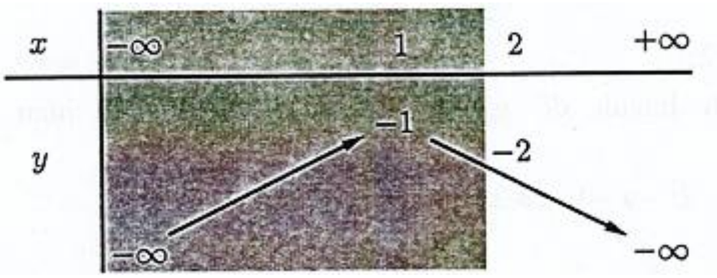
Trả lời: giá trị lớn nhất bằng -2, hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

$f(x)=-\left(x^2+2\right)^2+2\left(x^2+2\right)-2$. Đặt $t=x^2+2\geq 2$. Hàm số trở thành $y=-t^2+2t-2$ với $t\geq 2$.

Ta có $a=-1,b=2,c=-2\Rightarrow \dfrac{-b}{2a}=1$ và $y(1)=-1$. Vì $a=-1<0$ nên bề lõm đồ thị hướng xuống.

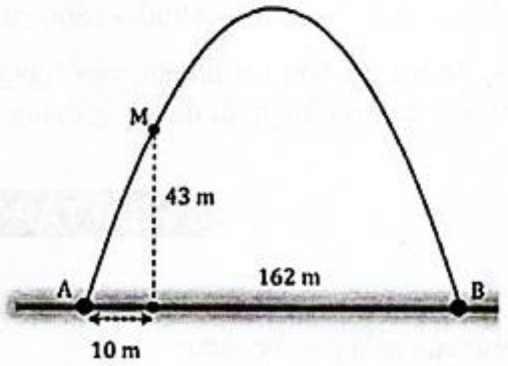
Bảng biến thiên:



Ta kết luận:

Khi $x\in\mathbb{R}$, hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -2, khi đó $t=2\Rightarrow x^2+2=2 \Rightarrow x=0$; hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 19. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



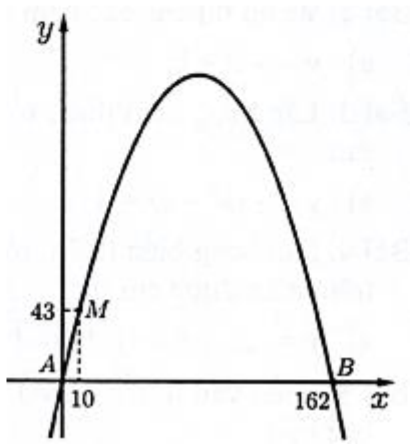
Trả lời: $185,6m$

Lời giải

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$.

Vì parabol qua ba điểm $A\left(0;0\right),B\left(162;0\right),M\left(10;43\right)$ nên

$$\begin{cases} c=0 \\ 162^2a+162b+c=0 \\ 10^2a+10b+c=43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{43}{1520} \\ b=\dfrac{3483}{760} \end{cases}$$



Do vậy ta xác định được hàm số là $y=-\dfrac{43}{1520}x^2+\dfrac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I=-\dfrac{b}{2a}=81, y_I\approx 185,6$.

Vậy, chiều cao của cổng gần bằng $185,6m$.

Câu 20. Một cửa hàng kinh doanh giày và giá để nhập một đôi giày là 40 đô la.
Theo nghiên cứu của bộ phận kinh doanh thì nếu cửa hàng bán mỗi đôi giày với giá x đô la thì mỗi tháng sẽ bán được $120-x$ đôi giày. Hỏi cửa hàng bán giá bao nhiêu cho một đôi giày để có thể thu lãi cao nhất trong tháng.

Trả lời: 80 đô la

Lời giải

Gọi x (đôla) là giá mỗi đôi giày bán ra thì số tiền lãi tương ứng là $x-40$ (đô la) Số tiền lãi thu được mỗi tháng là $f(x)=(x-40)(120-x)=-x^2+160x-4800$.

Đây là hàm số bậc hai với $a=-1,b=160,c=-4800\Rightarrow -\dfrac{b}{2a}=80$.

Vì $a=-1<0$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $f(80)=-80^2+160.80-4800=1600$, ứng với $x=80$.

Vậy, để tối ưu hóa lợi nhuận, cửa hàng cần đưa ra giá bán 80 đô la mỗi đôi giày, khi đó lợi nhuận tối đa trong tháng là 1600 đô la.

Câu 21. Xác định Parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết: Qua điểm $A(3;6)$ và có đỉnh $I(1;4)$.

Trả lời: $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2-x+\dfrac{9}{2}$

Lời giải

(P) qua hai điểm $A(3;6)$ và $I(1;4)$ nên $\begin{cases}9a+3b+c=6\\ a+b+c=4\end{cases}$ (1).

Mặt khác, hoành độ đỉnh: $x_I=-\dfrac{b}{2a}=1\Rightarrow 2a+b=0$ (2).

Giải hệ gồm (1), (2) suy ra: $a=\dfrac{1}{2},b=-1,c=\dfrac{9}{2}$. Vậy $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2-x+\dfrac{9}{2}$.

Câu 22. Xác định Parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết: Qua ba điểm $A(0;-1),B(1;-1),C(-1;1)$.

Trả lời: $(P): y=x^2-x-1$

Lời giải

(P) qua ba điểm $A(0;-1),B(1;-1),C(-1;1)$ nên $\begin{cases}c=-1\\ a+b+c=-1\\ a-b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-1\\ c=-1\end{cases}$.

Vậy $(P): y=x^2-x-1$.

Câu 23. Xác định Parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết: Có trục đối xứng là $x=-2$, đi qua điểm $A(1;4)$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $y=2x-1$.

Trả lời: $(P): y=x^2+4x-1$

Lời giải

(P) có trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=-2\Rightarrow 4a=b$ (1); (P) qua điểm $A(1;4)$ nên $a+b+c=4$ (2).

Thay (1) vào (2) suy ra: $a+4a+c=4\Rightarrow c=4-5a$ (3)

Mặt khác, đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)\in d: y=2x-1$

$\Rightarrow \dfrac{4ac-b^2}{4a}=2\left(-\dfrac{b}{2a}\right)-1 \Rightarrow 4ac-b^2=-4b-4a$ (4).

Thay (1) và (3) vào (4) :

$4a(4-5a)-(4a)^2=-4(4a)-4a \Leftrightarrow -36a^2+36a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \text{ (L)} \\ a=1 \text{ (N)} \end{array}\right.$.

Với $a=1$ thì $b=4, c=-1$. Vậy $(P): y=x^2+4x-1$.

Câu 24. Tìm parabol $(P): y=ax^2+bx+2$ biết, Parabol (P) đi qua $A(3;4)$ và có trục đối xứng là $x=-\dfrac{3}{2}$.

Trả lời: $(P): y=\dfrac{1}{9}x^2+\dfrac{1}{3}x+2$

Lời giải

(P) có trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3}{2} \Rightarrow 3a-b=0 (1); (P)$ qua $A(3;4)$ nên $9a+3b+2=4$ (2).

Giải hệ (1) và (2) suy ra $a=\dfrac{1}{9}, b=\dfrac{1}{3}$. Vậy $(P): y=\dfrac{1}{9}x^2+\dfrac{1}{3}x+2$.

Câu 25. Tìm parabol $(P): y=ax^2+bx+2$ biết, Parabol (P) đi qua $B(-1;6)$ và có tung độ đỉnh là $-\dfrac{1}{4}$.

Trả lời: $(P): y=16x^2+12x+2$ hoặc $(P): y=x^2-3x+2$.

Lời giải

(P) đi qua $B(-1;6) \Rightarrow a-b+2=6 \Rightarrow a=b+4$ (1).

Tung độ đỉnh I của parabol: $-\dfrac{\Delta}{4a}=-\dfrac{1}{4} \Rightarrow \Delta=a \Rightarrow b^2-4ac=a \Rightarrow b^{c=2}=9a$ (2) .

Thay (1) vào $(2): b^2=9(b+4) \Leftrightarrow b^2-9b-36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=12 \\ b=-3 \end{array}\right.$.

Với $b=12$ thì $a=16$, khi đó: $(P): y=16x^2+12x+2$.

Với $b=-3$ thì $a=1$, khi đó: $(P): y=x^2-3x+2$.

Câu 26. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau: $(P_1): y=x^2+2x-1, (P_2): y=2x^2-2x+2$.

Trả lời: $(1;2),(3;14)$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2): $2x^2-2x+2=x^2+2x-1$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Với $x=1$ thì $y=2$; với $x=3$ thì $y=14$.

Vậy hai parabol đã cho cắt nhau tại hai điểm: $(1;2),(3;14)$.

Câu 27. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=360-10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

Trả lời: 18 con

Lời giải

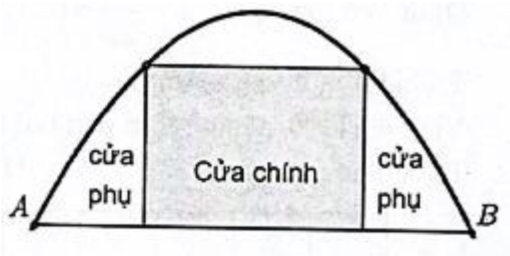
Tổng trọng lượng cá thu được sau một vụ là

$T(n)=n(360-10n)=-10n^2+360n$.

Đây là hàm số bậc hai (theo n) có $a=-10<0, b=360 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=18$, $T(18)=3240$

Vậy, người nuôi cần thả 18 con cá trên một đơn vị diện tích để đạt tổng trọng lượng cá lớn nhất là 3240 (đơn vị khối lượng).

Câu 28. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.

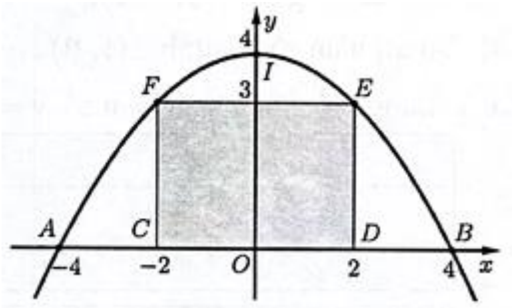


Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, cửa chính (ở giữa parabol) cao $3m$ và rộng 4 m. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol ấy (đoạn AB trên hình vẽ).

Trả lời: 8

Lời giải

Dựng trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P): y=ax^2+bx+c (a \neq 0)$.

Ta có (P) qua các điểm $I(0;4), E(2;3), F(-2;3)$ nên $\begin{cases} c=4 \\ 4a+2b+c=3 \\ 4a-2b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=0 \\ c=4 \end{cases}$

Ta có $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2+4$.

Hai điểm A, B là giao điểm của (P) với Ox nên hoành độ thỏa mãn $-\dfrac{1}{4}x^2+4=0 \Leftrightarrow x=\pm 4$.

Do vậy $A(-4;0), B(4;0) \Rightarrow AB=8$.

Câu 29. Tìm tham số m để hàm số $y=-x^2+\left(m^2-8\right)x+3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$

Trả lời: $m \in (-\infty;-\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2};+\infty)$

Lời giải

+ Ta có: $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{m^2-8}{2\cdot(-1)}=\dfrac{m^2-8}{2}$

Vì $-1<0$: hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{m^2-8}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{m^2-8}{2};+\infty\right)$.

+ Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ thì:

$(-\infty;-3) \subset \left(-\infty;\dfrac{m^2-8}{2}\right) \Rightarrow \dfrac{m^2-8}{2} \geq -3 \Leftrightarrow m^2-2 \geq 0 \Leftrightarrow (m-\sqrt{2})(m+\sqrt{2}) \geq 0$

Trường hợp 1: $\begin{cases} m-\sqrt{2} \leq 0 \\ m+\sqrt{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow m \leq -\sqrt{2}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} m-\sqrt{2} \geq 0 \\ m+\sqrt{2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \geq -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow m \geq \sqrt{2}$

Vậy, $m \in (-\infty;-\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2};+\infty)$ là các giá trị cân tìm.

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y=-2x^2-x+1$.

Trả lời: giá trị lớn nhất là $\dfrac{9}{8}$ và không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

+ Ta có: $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-1}{2\cdot(-2)}=-\dfrac{1}{4} \Rightarrow y\left(-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{9}{8}$

Vì $-1<0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là $\frac{9}{8}$ tại $x=-\frac{1}{4}$ và không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 31. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số $y=-x^2-4x+3$ với $0\le x\le 4$.

Trả lời: $\max_{[0;4]} y=3$ và $\min_{[0;4]} y=-29$

Lời giải

+ Ta có: $-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot(-1)}=-2, y(0)=3, y(4)=-29$.

Vì $-1<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[0;4]$. Vậy, $\max_{[0;4]} y=3$ tại $x=0$ và $\min_{[0;4]} y=-29$ tại $x=4$.

Câu 32. Cho (P): y $=ax^2+bx+c$. Tìm các số a ; b; c để đồ thị thỏa đi qua $A(0;1), B(1;2), C(3;-1)$

Trả lời: $(P): y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{11}{6}x+1.$

Lời giải

+ Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0^2\cdot a+0\cdot b+c=1 \\ 1^2\cdot a+1\cdot b+c=2 \\ 3^2\cdot a+3\cdot b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a+b+c=2 \\ 9a+3b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{6} \\ b=\frac{11}{6} \\ c=1 \end{cases}$$

Vậy $(P): y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{11}{6}x+1.$

Câu 33. Cho $(P): y=ax^2+bx+c$, tìm phương trình (P) biết (P) đi qua $A(2;3)$ và có đỉnh $S\left(1;\frac{7}{2}\right)$.

Trả lời: $(P): y=-\frac{1}{2}x^2+x+3$

Lời giải

Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^2\cdot a+2\cdot b+c=3 \\ 1^2\cdot a+1\cdot b+c=\frac{7}{2} \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=3 \\ a+b+c=\frac{7}{2} \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=1 \\ c=3 \end{cases}. \Rightarrow (P): y=-\frac{1}{2}x^2+x+3$$

Câu 34. Cho $(P): y=ax^2+bx+c$, tìm phương trình (P) biết (P) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;6)$.

Trả lời: $(P): y=\frac{1}{2}x^2-2x+6$

Lời giải

Theo yêu cầu bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^2\cdot a+2\cdot b+c=4 \\ 0^2\cdot a+0.b+c=6 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=4 \\ c=6 \\ 4a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-2 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow (P): y=\frac{1}{2}x^2-2x+6.$$

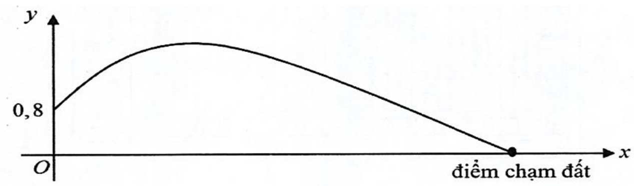
Câu 35. Một người đang chơi cầu lông có khuynh hướng phát cầu với góc 30° (so với mặt đất).
a) Hãy tính khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa), biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,8m$ so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $6m/s$ (bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).

b) Giữ giả thiết như câu a) và cho biết khoảng cách từ vị trí phát cầu đên lưới là $5m$. Lần này phát cầu có bị xem là hỏng không? (Biết: Mép trên của lưới cầu lông cách mặt đất $1,524m$; gia tốc trọng trường được chọn là $9,8m/s^2$)

Trả lời: a) 4,22 m b) đã bị hỏng

Lời giải:

a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (vị trí rơi của cầu thuộc trục hoành và vị trí cầu rời mặt vợt thuộc trục tung)



Với $g=9,8m/s^2$, góc phát cầu $\alpha=30^\circ$, vận tốc ban đầu $v_0=8m/s$, phương trình quỹ đạo của cầu: $y=-\frac{4,9}{27}x^2+\frac{\sqrt{3}}{3}x+0,8$

Vị trí cầu rơi chạm đất là giao điểm của parabol và trục hoành nên giải phương trình
$-\frac{4,9}{27}x^2+\frac{\sqrt{3}}{3}x+0,8=0$ ta được $x_1\approx 4,22, x_2\approx -1,04$.

Giá trị nghiệm dương cho ta khoảng cách từ vị trí người chơi cầu lông đến vị trí cầu rơi chạm đất là 4,22 m.

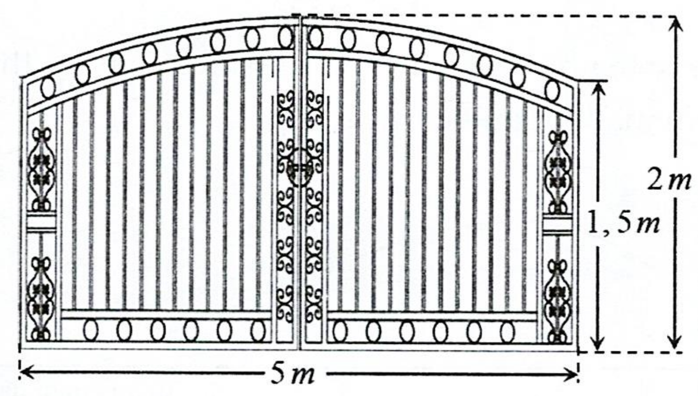
b) Khi cầu bay tới vị trí lưới phân cách, nếu nó ở bên trên mặt lưới và điểm rơi không ra khỏi đường biên phía bên sân đối phương thì lần phát cầu mới được xem là hợp lệ.

Như vậy, ta cần so sánh tung độ của điểm trên quỹ đạo (có hoành độ bằng khoảng cách từ gốc tọa độ đến chân lưới phân cách) với chiều cao mép trên của lưới.

Khi $x=5$, ta có $y=-\frac{4,9}{27}2^2+\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 2+0,8\approx 1,23m$. Suy ra $y<1,524$

Vậy lần phát cầu đã bị hỏng vì điểm trên quỹ đạo của cầu thấp hơn mép trên của lưới.

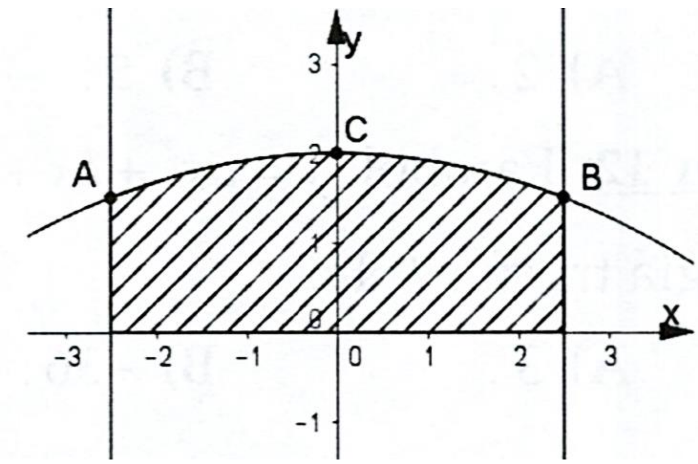
Câu 36. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên của cửa sắt là một Parabol $y=ax^2+bx+c$. Tìm a,b,c biết tổng của chúng là $\frac{48}{25}$.



Trả lời: $a=-\frac{2}{25},b=0,c=2$

Lời giải:

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Trong đó $A(-2,5;1,5),B(2,5;1,5),C(0;2)$.

+ Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5),C(0;2)$ nên ta có hệ phương

trình: $\begin{cases} a(-2,5)^2+b(-2,5)+c=1,5 \\ a(2,5)^2+b(2,5)+c=1,5 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{25} \\ b=0 \\ c=2 \end{cases}$. Vậy $a=-\frac{2}{25},b=0,c=2$.

Câu 37. Cho hàm số $y=2x^2-5x+2$ có đồ thị là parabol (P). Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

Trả lời: $B(2;0)$ và $C\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải:

Từ đề ta có: $a=2, b=-5, c=2$. Hoành độ của đỉnh I là: $x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-5)}{2.2}=\frac{5}{4}$.

$\Rightarrow y_0=2\left(\frac{5}{4}\right)^2-5\cdot\frac{5}{4}+2=-\frac{9}{8}$ suy ra đỉnh $I\left(\frac{5}{4};-\frac{9}{8}\right)$.

Giao điểm của (P) và trục Oy : Cho $x=0 \Rightarrow y=2$ nên (P) cắt trục Oy tại điểm $A(0;2)$.

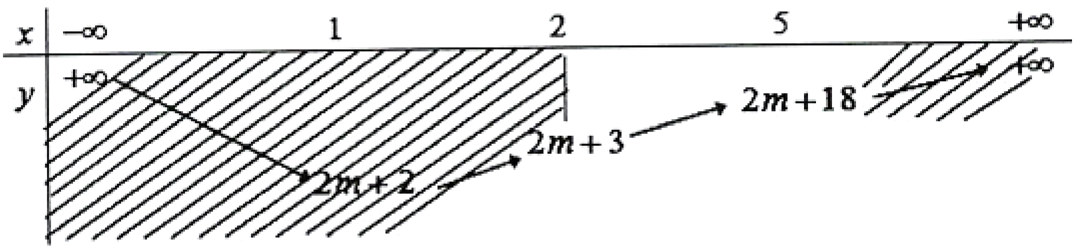
Giao điểm của (P) và trục Ox : Xét phương trình $2x^2-5x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$ nên (P) cắt trục Ox tại hai điểm $B(2;0)$ và $C\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 38. Tìm m để hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;5] bằng -3 .

Trả lời: $m=-\frac{5}{2}$

Lời giải:

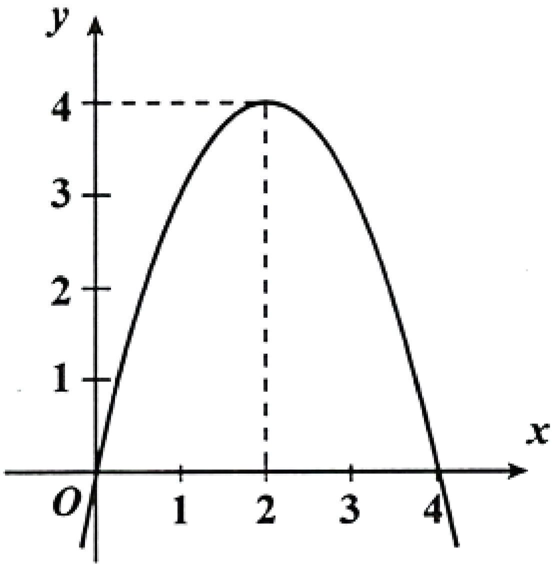
Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ trên đoạn [2;5]:



Do đó giá trị nhỏ nhất trên đoạn $(2;5)$ của hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ bằng $2m+3$

Theo giả thiết $2m+2=-3 \Leftrightarrow m=-\frac{5}{2}$.

Câu 39. Tìm phương trình của hàm số bậc hai có đồ thị dưới đây



Trả lời: $y=-x^2+4x$

Lời giải:

Đồ thị là một parabol nên hàm số có dạng $y=ax^2+bx+c$. Ta thấy đồ thị đi qua các điểm $(0;0),(2;4)$ và $(4;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c=0 \\ 4a+2b+c=4 \\ 16a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4. \\ c=0 \end{cases}.$$

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^2+4x$.

Câu 40. Cho parabol $(P): y=x^2-2x+m-1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Trả lời: $1<m<2$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$x^2-2x+m-1=0.\ (1)$ Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi

(1) có hai nghiệm phân biệt dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=2-m>0 \\ S=2>0 \\ p=m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2-5x+7+2m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

Trả lời: $-\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$

Lời giải:

Ta có $x^2-5x+7+2m=0 \Leftrightarrow x^2-5x+7=-2m (*)$

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biên thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên đoạn $[1;5]$ như sau:

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	5	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	3 ↘	$\frac{3}{4}$ ↗	7 ↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x \in [1;5]$ thì $y \in \left[\frac{3}{4};7\right]$.

Do đó để phương trình $\left(^*\right)$ có nghiệm $x \in [1;5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \le -2m \le 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \ge m \ge -\frac{7}{2}$.

Câu 42. Đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 3m + 2$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = 3x^2 - 2x - 1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3\left(x_1 + x_2\right)$. Tìm tất cả các giá trị của m.

Trả lời: $m = -\frac{3}{8}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng (d) là

$$3x^2 - 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 3m + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 2m - 2 = 0\,(1)$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 3\left(x_1 + x_2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16m + 17 > 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \\ x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{17}{16} \\ x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \\ \left(x_1 + x_2\right)^2 - 3\left(x_1 + x_2\right) - 2x_1x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{16} \\ (\frac{1}{2})^2 - \frac{3}{2} - 2(-m - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{9}{16} \\ m = -\frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{8}$$

Vậy $m = -\frac{3}{8}$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8 + 2x - x^2} = 2m$ có nghiệm.

Trả lời: $-\frac{1}{2} \le m \le \frac{21}{8}$

Lời giải:

Điều kiện $-2 \le x \le 4$.

Đặt $t = \sqrt{8+2x-x^2} = \sqrt{9-(x-1)^2} \le 3 \Rightarrow t \in [0;3]$.

Phương trình đã cho trở thành $-t^2 + t + 5 = 2m (1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi (1) có nghiệm $t \in [0;3]$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + t + 5$ trên đoạn $[0;3]$.

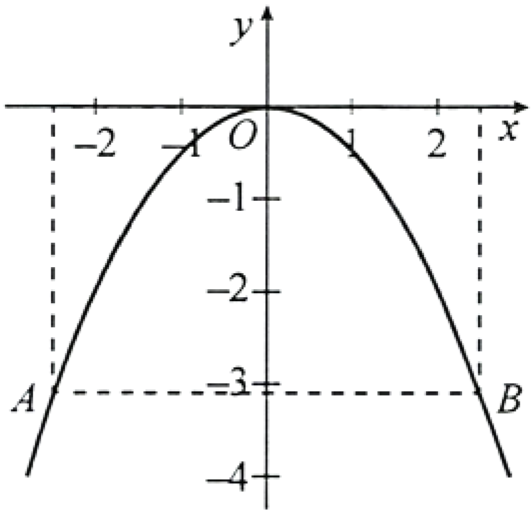
Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{2}$		3
$f(t)$	5	$\nearrow$	$\frac{21}{4}$	$\searrow$	-1

Phương trình $f(t) = 2m$ có nghiệm khi $-1 \le 2m \le \frac{21}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m \le \frac{21}{8}$

Vậy $-\frac{1}{2} \le m \le \frac{21}{8}$.

Câu 44. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.

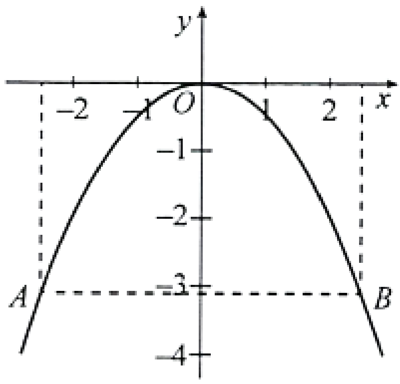


Trả lời: 3,125

Lời giải:

Gọi A và B là hai điểm ứng với hai chân cổng như hình vẽ. Vì cổng hình parabol cớ phương trình $y=-\frac{1}{2}x^2$ và có chiều rộng $d=5$ mét nên $AB=5$ và $A\left(-\frac{5}{2};-\frac{25}{8}\right);B\left(\frac{5}{2};-\frac{25}{8}\right)$.

Vậy chiều cao của cổng là: $\left|-\frac{25}{8}\right|=\frac{25}{8}=3{,}125$ mét.



Câu 45. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hon đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Trả lời: 30,5 triệu đồng

Lời giải:

Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; $(0\le x\le 4)$.

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31-x-27=4-x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600+200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$f(x)=(4-x)(600+200x)=-200x^2+200x+2400.$

Xét hàm số $f(x)=-200x^2+200x+2400$ trên đoạn $[0;4]$ có bảng biến thiên

Vậy $\max_{[0;4]} f(x)=2450 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.