

CÂU HỎI

Câu 1. Cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$ và $\Delta': x + y = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ' sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng $\frac{4}{5}$.

Trả lời:

Câu 2. Viết phương trình đường thẳng d song song và cách đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0$ một khoảng cách 5.

Trả lời:

Câu 3. Cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB, AC, BC lần lượt là: $x + 2y - 1 = 0; x + y + 2 = 0; 2x + 3y - 5 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời:

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(-2; 4)$. Tính bán kính của đường tròn tâm I tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$. (Làm tròn kết quả đến hàng phân mười).

Trả lời:

Câu 5. Tìm m để hai đường thẳng sau vuông góc với nhau: $\Delta_1: x - my + 1 = 0$; $\Delta_2: 2x + 3y + m = 0$.

Trả lời:

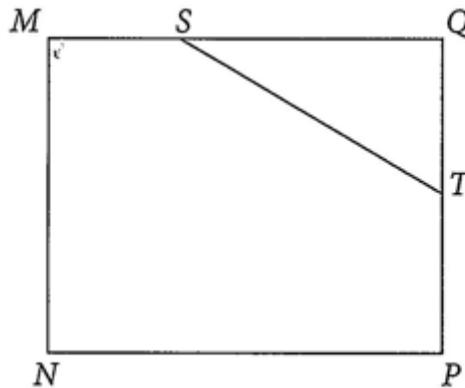
Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ cách đều hai điểm A, M .

Trả lời:

Câu 7. Cho các đường thẳng $d_1: x + y + 3 = 0, d_2: x - y - 4 = 0$ và $d_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 .

Trả lời:

Câu 8. Nhà Nam có một ao cá dạng hình chữ nhật $MNPQ$ với chiều dài $MQ = 30m$, chiều rộng $MN = 24m$. Phần tam giác QST là nơi nuôi ếch, $MS = 10m, PT = 12m$ (với S, T lần lượt là các điểm nằm trên cạnh MQ, PQ) (xem hình bên dưới).



Nam đứng ở vị trí N câu cá và có thể quăng lưới câu xa 21,4 m. Hỏi lưới câu có thể rơi vào nơi nuôi ếch hay không?

Trả lời:

Câu 9. Tìm tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : 2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0 \text{ và } \Delta_2 : x + my - 100 = 0.$$

Trả lời:

Câu 10. Tìm tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : mx + 2y - 14 = 0.$$

Trả lời:

Câu 11. Định m để hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

Trả lời:

Câu 12. Tìm giá trị m để hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x + 4y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$ trùng nhau?

Trả lời:

Câu 13. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x + y - 10 = 0$ và $\Delta_2 : 2x + my + 999 = 0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45° .

Trả lời:

Câu 14. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cách đều các điểm P, Q với $M(2; 5), P(-1; 2), Q(5; 4)$.

Trả lời:

Câu 15. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Tính gần đúng cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B .

Trả lời:

Câu 16. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất?

Trả lời:

Câu 17. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức
$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$$
; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$.

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 18. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0$ và $\Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau?

Trả lời:

Câu 19. Với giá trị nào của m hai đường thẳng $\Delta_1 : mx + y - 19 = 0$ và $\Delta_2 : (m - 1)x + (m + 1)y - 20 = 0$ vuông góc nhau?

Trả lời:

Câu 20. Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + (m + 1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$ và $\Delta_2 : mx + 6y - 76 = 0$ song song với nhau.

Trả lời:

Câu 21. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3y + m = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$ trùng nhau?

Trả lời:

Câu 22. Tìm tham số m để góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = -1 + mt \\ y = 9 + t \end{cases}$, $\Delta_2 : x + my - 4 = 0$ bằng 60° .

Trả lời:

Câu 23. Viết phương trình đường thẳng d song song với $\Delta : x + 4y - 2 = 0$ và cách điểm $A(-2; 3)$ một khoảng bằng 3.

Trả lời:

Câu 24. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(5; 1)$ và cách điểm $B(2; -3)$ một khoảng bằng 5.

Trả lời:

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta : mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Trả lời:

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB, AC .

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 6 = 0$ và $\Delta': x + y = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ' sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng $\frac{4}{5}$.

Trả lời: $(2; -1), (-6; 7)$

Lời giải

Viết phương trình tham số Δ' : $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \end{cases}$; gọi $M(t; 1 - t) \in \Delta'$.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3t + 4(1 - t) - 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-t - 2|}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow |t + 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} t + 2 = 4 \\ t + 2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -6 \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là: $(2; -1), (-6; 7)$.

Câu 2. Viết phương trình đường thẳng d song song và cách đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0$ một khoảng cách 5.

Trả lời: $y + 2 = 0; y - 8 = 0$

Lời giải

Ta có: $d // \Delta: y - 3 = 0 \Rightarrow$ Phương trình d có dạng: $y + c = 0$.

Ta có: $M(0; 3) \in \Delta$. Vì d cách Δ một khoảng bằng 5 nên $d(d, \Delta) = 5$

$$\Rightarrow d(M, d) = 5 \Rightarrow \frac{|3 + c|}{\sqrt{0 + 1}} = 5 \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = -8 \end{cases}.$$

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn là $y + 2 = 0; y - 8 = 0$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB, AC, BC lần lượt là: $x + 2y - 1 = 0; x + y + 2 = 0; 2x + 3y - 5 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời: 18

Lời giải

Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

Suy ra điểm A có tọa độ là $(-5; 3)$.

Gọi AH là đường cao kẻ từ A của tam giác $ABC (H \in BC)$. Ta có:

$$AH = d(A, BC) = \frac{|2 \cdot (-5) + 3 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

Từ các phương trình đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC ta tính được tọa độ của điểm B và điểm C lần lượt là $(7; -3), (-11; 9)$.

Do đó, độ dài đoạn thẳng BC là $6\sqrt{13}$.

Diện tích tam giác bằng $\frac{1}{2} \cdot \frac{6\sqrt{13}}{13} \cdot 6\sqrt{13} = 18$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(-2; 4)$. Tính bán kính của đường tròn tâm I tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$. (Làm tròn kết quả đến hàng phân mười).

Trả lời: $\approx 4,4$

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \end{cases}$ có vector chỉ phương là $\vec{u}(3; -1)$ nên nhận $\vec{n}(1; 3)$ làm vector pháp tuyến. Do đó, phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là: $(x-2) + 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 4 = 0$.

Vì đường tròn tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ tâm I bằng khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ tâm I bằng khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ . $R = d(I, \Delta) = \frac{|(-2) + 3 \cdot 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \approx 4,4$.

Câu 5. Tìm m để hai đường thẳng sau vuông góc với nhau: $\Delta_1: x - my + 1 = 0$; $\Delta_2: 2x + 3y + m = 0$.

Trả lời: $m = \frac{2}{3}$

Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng $\Delta_1: x - my + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta_2: 2x + 3y + m = 0$ lần lượt là $\vec{n}_1(1; -m), \vec{n}_2(2; 3)$. Để đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau thì

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 - m \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ cách đều hai điểm A, M .

Trả lời: $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ hoặc $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Gọi $M(a; 0)$ là điểm thuộc trục hoành. Khoảng cách từ A, M đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ lần lượt là $\frac{1}{\sqrt{13}}, \frac{|3a-3|}{\sqrt{13}}$. Vì đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$

cách đều hai điểm A, M nên $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{|3a-3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |3a-3| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$ hoặc $a = \frac{2}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ hoặc $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Câu 7. Cho các đường thẳng $d_1 : x + y + 3 = 0$, $d_2 : x - y - 4 = 0$ và $d_3 : x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 .

Trả lời: $M(2;1)$ hoặc $M(-22;-11)$.

Lời giải

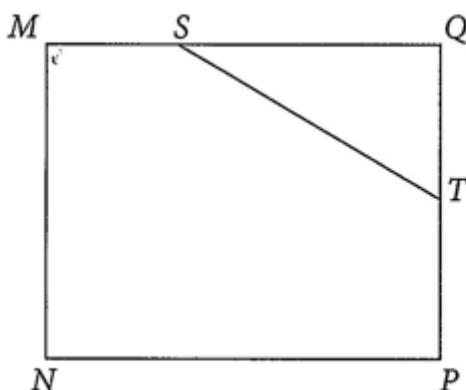
Ta có điểm M thuộc đường thẳng d_3 khi và chỉ khi $M(2t;t)$ với t là tham số.

Khoảng cách từ M tới d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M tới d_2 nên

$$\frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |3t+3| = |2t-8| \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -11.$$

Vậy $M(2;1)$ hoặc $M(-22;-11)$.

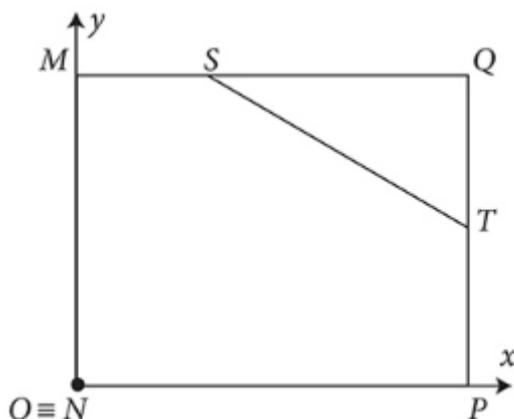
Câu 8. Nhà Nam có một ao cá dạng hình chữ nhật $MNPQ$ với chiều dài $MQ = 30m$, chiều rộng $MN = 24m$. Phần tam giác QST là nơi nuôi ếch, $MS = 10m$, $PT = 12m$ (với S, T lần lượt là các điểm nằm trên cạnh MQ, PQ) (xem hình bên dưới).



Nam đứng ở vị trí N câu cá và có thể quăng lưới câu xa $21,4$ m. Hỏi lưới câu có thể rơi vào nơi nuôi ếch hay không?

Trả lời: không thể

Lời giải



- $MN = 24m$ và $N(0;0)$ nên $M(0;24)$. $NP = MQ = 30m$ nên $P(30;0)$.

Q và M có cùng tung độ, Q và P có cùng hoành độ nên $Q(30;24)$.

S và M có cùng tung độ, $MS = 10m$ nên $S(10;24)$.

T và P có cùng hoành độ, $PT = 12m$ nên $T(30;12)$.

Đường thẳng ST có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{ST} = (20; -12)$ nên nhận $\vec{n} = (3;5)$ làm

vectơ pháp tuyến. Do đó, phương trình đường thẳng ST là:

$$3(x-10) + 5(y-24) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y - 150 = 0.$$

- Khoảng cách từ điểm $N(0;0)$ đến đường thẳng ST là: $\frac{|3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 150|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \approx 25,72 > 21,4$.

Vì Nam quăng lưới câu xa $21,4m$ nên lưới câu không thể rơi vào nơi nuôi ếch.

Câu 9. Tìm tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1: 2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0 \text{ và } \Delta_2: x + my - 100 = 0.$$

Trả lời: $m = 1$

Lời giải

Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; m^2 + 1), \vec{n}_2 = (1; m)$.

Điều kiện cần: $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \vec{n}_1$ cùng phương với $\vec{n}_2 \Rightarrow 2 \cdot m = (m^2 + 1) \cdot 1 \Rightarrow m = 1$.

Điều kiện đủ: Với $m = 1$ thì $\Delta_1: 2x + 2y - 3 = 0, \Delta_2: x + y - 100 = 0$ (hai đường thẳng này đã có cặp vectơ pháp tuyến cùng phương nhau). Vì $A\left(0; \frac{3}{2}\right) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$. Do vậy $m = 1$ thỏa mãn đề bài.

Câu 10. Tìm tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: mx + 2y - 14 = 0.$$

Trả lời: $m = 1; m = -2$

Lời giải

Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; m+1), \vec{n}_2 = (m; 2)$.

Điều kiện cần: $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow \vec{n}_1$ cùng phương với \vec{n}_2

$$\Rightarrow 1 \cdot 2 = (m+1)m \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Thử lại (điều kiện đủ):

- Với $m = 1$ thì $\Delta_1: \begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = 10 + t \end{cases}, \Delta_2: x + 2y - 14 = 0$ (hai đường thẳng này đã có cặp vectơ pháp tuyến cùng phương nhau). Vì $A(8;10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$. Do vậy $m = 1$ thỏa mãn đề bài.

- Với $m = -2$ thì $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + t \\ y = 10 + t \end{cases}, \Delta_2 : -2x + 2y - 14 = 0$ (hai đường thẳng này đã có cặp vectơ pháp tuyến cùng phương nhau). Vì $A(8;10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$. Do vậy $m = -2$ thỏa mãn đề bài. Vậy ta tìm được hai giá trị m thỏa mãn là $m = 1; m = -2$.

Câu 11. Định m để hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

Trả lời: $m = -\frac{9}{8}$

Lời giải

Δ_1, Δ_2 có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -3), \vec{n}_2 = (4m; -3)$.

Ta có: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4m + (-3) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}$.

Câu 12. Tìm giá trị m để hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x + 4y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$ trùng nhau?

Trả lời: không có giá trị

Lời giải

Δ_1, Δ_2 có hai vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; 4), \vec{n}_2 = (2m - 1; m^2)$.

Điều kiện cần: Δ_1, Δ_2 trùng nhau suy ra hai vectơ \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương, suy ra

$$3m^2 = 4 \cdot (2m - 1) \Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Thử lại:

- Với $m = 2$ thì $\Delta_2 : 3x + 4y + 1 = 0$. Ta thấy $A(-1;1) \in \Delta_1$ mà $A \notin \Delta_2$ nên Δ_1, Δ_2 không trùng nhau (loại $m = 2$).

- Với $m = \frac{2}{3}$ thì $\Delta_2 : \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}y + 1 = 0$. Ta thấy $A(-1;1) \in \Delta_1$ mà $A \notin \Delta_2$ nên Δ_1, Δ_2 không trùng nhau (loại $m = \frac{2}{3}$).

Vậy không có giá trị m nào thỏa mãn đề bài.

Câu 13. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x + y - 10 = 0$ và $\Delta_2 : 2x + my + 999 = 0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45° .

Trả lời: $m = 0$

Lời giải:

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 1), \vec{n}_2 = (2; m)$.

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4+m^2}} = \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4+m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 4 + m^2 = 4 + 4m + m^2 \Rightarrow m = 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn đề bài.

Câu 14. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cách đều các điểm P, Q với $M(2;5), P(-1;2), Q(5;4)$.

Trả lời: $d: x - 3y + 13 = 0$ hay $d: x = 2$.

Lời giải:

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ cần tìm.

$$\Delta \text{ qua } M(2;5) \Rightarrow \Delta: a(x-2) + b(y-5) = 0 \Rightarrow \Delta: ax + by - 2a - 5b = 0.$$

$$\text{Ta có: } d(P, \Delta) = d(Q, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|-a + 2b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5a + 4b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow |-3a - 3b| = |3a - b| \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - 3b = 3a - b \\ -3a - 3b = -3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -b \\ b = 0 \end{cases}.$$

Với $3a = -b$; chọn $a = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow d: x - 3y + 13 = 0$.

Với $b = 0$; chọn $a = 1 \Rightarrow d: x = 2$.

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn đề bài:

$$d: x - 3y + 13 = 0 \text{ hay } d: x = 2.$$

Câu 15. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bên, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển.

Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Tính gần đúng cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B .

Trả lời: $\approx 0,00483$

Lời giải

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng d_1, d_2) của hai tàu có cặp vectơ chỉ phương

$\vec{u}_1 = (-33; 25), \vec{u}_2 = (-30; -40)$; cosin góc tạo bởi hai đường thẳng là:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|-33 \cdot (-30) + 25 \cdot (-40)|}{\sqrt{(-33)^2 + 25^2} \cdot \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2}} \approx 0,00483.$$

Câu 16. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bên, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển.

Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất?

Trả lời: 0,107 (giây).

Lời giải

Tại thời điểm t , vị trí tàu A là $M(3-33t; -4+25t)$, vị trí của tàu B là $N(4-30t; 3-40t)$. Ta có

$$MN = \sqrt{(1+3t)^2 + (7-65t)^2} = \sqrt{4234t^2 - 904t + 50}.$$

MN nhỏ nhất khi hàm bậc hai $f(t) = 4234t^2 - 904t + 50$ đạt giá trị nhỏ nhất, lúc đó:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-904}{2 \cdot 4234} = \frac{226}{2117} \approx 0,107 \text{ (giây)}.$$

Câu 17. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bên, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển.

Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Trả lời: 3,4(km)

Lời giải

Khi tàu A đứng yên, vị trí ban đầu của nó có tọa độ $P(3; -4)$; vị trí tàu B ứng với thời gian t là $Q(4 - 30t; 3 - 40t)$;

$$PQ = \sqrt{(1-30t)^2 + (7-40t)^2} = \sqrt{2500t^2 - 620t + 50}.$$

Đoạn PQ ngắn nhất ứng với $t = -\frac{b}{2a} = \frac{620}{2 \cdot 2500} = \frac{31}{250} = 0,124$ (giây).

Khi đó : $PQ_{\min} = \sqrt{2500 \cdot (0,124)^2 - 620 \cdot (0,124) + 50} = \frac{17}{5} = 3,4$ (km).

Câu 18. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3my + 10 = 0$ và $\Delta_2 : mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau?

Trả lời: $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -3m), \vec{n}_2 = (m; 4)$.

Điều kiện để Δ_1 cắt Δ_2 là \vec{n}_1, \vec{n}_2 không cùng phương

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 4 \neq -3m \cdot m \Leftrightarrow m^2 \neq -\frac{8}{3} \text{ (đúng với mọi } m \in \mathbb{R} \text{)}.$$

Vậy với mọi số thực m thì Δ_1, Δ_2 luôn cắt nhau tại một điểm.

Câu 19. Với giá trị nào của m hai đường thẳng $\Delta_1 : mx + y - 19 = 0$ và $\Delta_2 : (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$ vuông góc nhau?

Trả lời: không có giá trị m

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (m; 1), \vec{n}_2 = (m-1; m+1)$.

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m(m-1) + 1(m+1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị m nào thỏa mãn.

Câu 20. Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$ và $\Delta_2 : mx + 6y - 76 = 0$ song song với nhau.

Trả lời: $m = -3$

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; m+1), \vec{n}_2 = (m; 6)$.

Điều kiện cần để Δ_1, Δ_2 song song nhau là \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương

$$\Leftrightarrow 1.6 = (m+1)m \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Thử lại:

- Với $m = 2$ thì $\Delta_2 : 2x + 6y - 76 = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 38 = 0$.

Ta có $A(8; 10) \in \Delta_1, A \in \Delta_2$ nên loại $m = 2$.

- Với $m = -3$ thì $\Delta_2 : -3x + 6y - 76 = 0$. Ta có $A(8; 10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$ nên loại $m = -3$ thỏa mãn.

Vậy với $m = -3$ thì Δ_1, Δ_2 song song nhau.

Câu 21. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - 3y + m = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$ trùng nhau?

Trả lời: không có giá trị m

Lời giải

Hai đường thẳng trên có cặp vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -3), \vec{n}_2 = (m; -2)$.

Điều kiện cần để Δ_1, Δ_2 trùng nhau là \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương, suy ra $2(-2) = -3m \Rightarrow m = \frac{4}{3}$. Khi đó:

$$\Delta_1 : 2x - 3y + \frac{4}{3} = 0.$$

Ta có: $A(2; 1) \in \Delta_2$ mà $A(2; 1) \notin \Delta_1$ nên hai đường Δ_1, Δ_2 không thể trùng nhau. Vậy không có giá trị m nào thỏa mãn đề bài.

Câu 22. Tìm tham số m để góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + mt \\ y = 9 + t \end{cases}$, $\Delta_2: x + my - 4 = 0$ bằng 60° .

Trả lời: $m = \pm\sqrt{3}$ v $m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

Lời giải

Hai đường thẳng đã cho có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -m), \vec{n}_2 = (1; m)$.

Ta có: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 - m^2|}{\sqrt{1 + m^2} \cdot \sqrt{1 + m^2}} = \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{|1 - m^2|}{1 + m^2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2|1 - m^2| = 1 + m^2 \Rightarrow \begin{cases} 2(1 - m^2) = 1 + m^2 \\ 2(1 - m^2) = -1 - m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m^2 = 1 \\ m^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow m = \pm\sqrt{3}$ v $m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Vậy $m = \pm\sqrt{3}$ v $m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 23. Viết phương trình đường thẳng d song song với $\Delta: x + 4y - 2 = 0$ và cách điểm $A(-2; 3)$ một khoảng bằng 3.

Trả lời: $x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0; x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0$

Lời giải

Ta có: $d // \Delta: x + 4y - 2 = 0 \Rightarrow$ Phương trình d có dạng: $x + 4y + c = 0$.

Mặt khác: $d(A, d) = 3 \Rightarrow \frac{|-2 + 4 \cdot 3 + c|}{\sqrt{1 + 16}} = 3 \Rightarrow |10 + c| = 3\sqrt{17}$

$\Rightarrow \begin{cases} c = 3\sqrt{17} - 10 \\ c = -3\sqrt{17} - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1: x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0 \\ d_2: x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0 \end{cases}$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn: $x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0; x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0$.

Câu 24. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(5; 1)$ và cách điểm $B(2; -3)$ một khoảng bằng 5.

Trả lời: $\Delta: 3x + 4y - 19 = 0$

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta; \Delta$ qua $A(5; 1)$ nên có phương trình $a(x - 5) + b(y - 1) = 0 \Rightarrow d: ax + by - 5a - b = 0$.

Ta có: $d(B, \Delta) = 5 \Rightarrow \frac{|2a - 3b - 5a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Rightarrow |-3a - 4b| = 5\sqrt{a^2 + b^2}$

$\Rightarrow (3a + 4b)^2 = 25(a^2 + b^2) \Rightarrow 9a^2 + 24ab + 16b^2 = 25a^2 + 25b^2$

$\Rightarrow 16a^2 + 9b^2 - 24ab = 0 \Rightarrow 4a - 3b = 0 \Rightarrow 4a = 3b$.

Chọn $a=3 \Rightarrow b=4$. Ta có phương trình $\Delta: 3x+4y-19=0$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx+y-m+4=0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Trả lời: $m=-2$ và $m=\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } d(A; \Delta) = \frac{|m \cdot (-1) + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |m-3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow (m-3)^2 = 5(m^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy với $m=-2$ và $m=\frac{1}{2}$ thì thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB, AC .

Trả lời: $(AB, AC) \approx 63^\circ 26'$

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB} = (2;1), \overrightarrow{AC} = (0;2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng AB, AC

$$\text{Nên } \cos(AB, AC) = \cos |(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Vậy $(AB, AC) \approx 63^\circ 26'$.