

CÂU HỎI

Câu 1. Bác An gửi vào ngân hàng 2000000000 đồng với lãi suất 7%/năm. Hãy ước tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng.

Trả lời:

Câu 2. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$.

Trả lời:

Câu 3. Lớp 10A đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Trả lời:

Câu 4. Cho n là các số tự nhiên. Tính: $T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

Trả lời:

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con?

Trả lời:

Câu 6. Cho tập hợp $X = \{a_1; a_2; a_3; a_4; a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con?

Trả lời:

Câu 7. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Trả lời:

Câu 8. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Trả lời:

Câu 9. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n .

Trả lời:

Câu 10. Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$.

Trả lời:

Câu 11. Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Trả lời:

Câu 12. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3 + x - x^2)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.

Trả lời:

Câu 13. Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Trả lời:

Câu 14. Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^5$.

Trả lời:

Câu 15. Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2 \cdot C_6^1 + 2^2 \cdot C_6^2 + \dots + 2^6 C_6^6$.

Trả lời:

Câu 16. Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - \dots - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Trả lời:

Câu 17. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$.
Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

Trả lời:

Câu 18. Cho đa thức $P(x) = (1 - x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Trả lời:

Câu 19. Tính tổng sau $S = C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 2^2 \cdot C_{20}^3 + \dots + 2^{19} C_{20}^{20}$.

Trả lời:

Câu 20. Tính tổng sau $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \dots + C_{20}^{20}$.

Trả lời:

Câu 21. Tính tổng: $S = C_{2019}^1 \cdot 3^{2018} \cdot 2 - C_{2019}^2 \cdot 3^{2017} \cdot 2^2 + C_{2019}^3 \cdot 3^{2016} \cdot 2^3 - \dots - C_{2019}^{2018} \cdot 3^1 \cdot 2^{2018} + C_{2019}^{2019} \cdot 2^{2019}$.

Trả lời:

Câu 22. Tính tổng:

$$S = C_{2021}^0 \cdot 4^{2021} - C_{2021}^1 \cdot 4^{2010} \cdot 2 + C_{2021}^2 \cdot 4^{2019} \cdot 2^2 - C_{2021}^3 \cdot 4^{2018} \cdot 2^3 - \dots + C_{2021}^{2020} \cdot 4^1 \cdot 2^{2020}.$$

Trả lời:

Câu 23. Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n$.

Trả lời:

Câu 24. Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức:

$$S = 3C_n^0 + 7C_n^1 + 11C_n^2 + \dots + (4n + 3)C_n^n.$$

Trả lời:

Câu 25. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$f(x) = (1 - 2x)^{10}.$$

Câu 26. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$6h(x) = x(2 + 3x)^9.$$

Câu 27. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$g(x) = (1 + x)^7 + (1 - x)^8 + (1 + x)^9.$$

Trả lời:

Câu 28. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^{12}, (x \neq 0)$

Trả lời:

Câu 29. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}.$

Trả lời:

Câu 30. Tìm số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên.

Trả lời:

Câu 31. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^1 + C_n^2 = 55.$

Trả lời:

Câu 32. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + 2^n \cdot C_n^n = 59049.$

Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Tìm giá trị của x .

Trả lời:

Câu 33. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1 + 2x)(3 + x)^{11}.$

Trả lời:

Câu 34. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}, (x \neq 0),$ biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50.$

Trả lời:

Câu 35. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x - 1)^6 + (x - 3)^8.$

Trả lời:

Câu 36. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn:

$$C_n^0 + 4C_n^1 + 4^2C_n^2 + \dots + 4^nC_n^n = 15625. \text{ Tìm } n.$$

Trả lời:

Câu 37. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \dots + C_{2n}^{2n} = 512.$

Trả lời:

Câu 38. Tính tổng $S = C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22}$.

Trả lời:

Câu 39. Cho biểu thức $S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20}$. Tính giá trị của $3S$.

Trả lời:

Câu 40. Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng.

Trả lời:

Câu 41. Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người?

Trả lời:

Câu 42. Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7%/năm và 5%/năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Trả lời:

Câu 43. Tìm hệ số của x^{11} trong khai triển $(3x - x^2)^{10}$.

Trả lời:

Câu 44. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^9$.

Trả lời:

Câu 45. Tìm số hạng chứa x^{28} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

Trả lời:

Câu 46. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-3x)^5 - x^2(1+2x)^{10}$.

Trả lời:

Câu 47. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

Trả lời:

Câu 48. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$.

Trả lời:

Câu 49. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

Trả lời:

Câu 50. Khai triển đa thức $P(x) = (1 + 2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 12$) lớn nhất trong khai triển trên.

Trả lời:

Câu 51. Xác định hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{3}x - 4\right)^7$.

Trả lời:

Câu 52. Xác định hệ số của x^8 trong khai triển biểu thức $(3x^2 + 1)^5$.

Trả lời:

Câu 53. Xác định hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $(x^2 + 2y)^5$.

Trả lời:

Câu 54. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2 + 3x)^5$.

Trả lời:

Câu 55. Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x - 2)^4$.

Trả lời:

Câu 56. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Trả lời:

Câu 57. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

Trả lời:

Câu 58. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$.

Trả lời:

Câu 59. Tìm giá trị gần đúng của x , biết $(9 + x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9 + x)^5$.

Trả lời:

Câu 60. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$.

Trả lời:

Câu 61. Tìm số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy + \frac{3}{y}\right)^5$.

Trả lời:

Câu 62. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển: $(2-3x)^5 - 2 \cdot (3x+1)^6$.

Trả lời:

LỜI GIẢI

Câu 1. Bác An gửi vào ngân hàng 2000000000 đồng với lãi suất 7%/năm. Hãy ước tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng.

Trả lời: 2798000000 (đồng)

Lời giải

Số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 1 năm là:

$$2000000000 + 7\% \cdot 2000000000 = 2000000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right) \text{ (đồng)}$$

Số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 2 năm là:

$$\left[2000000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)\right] + 7\% \cdot \left[2000000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)\right] = 2000000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 \text{ (đồng)}$$

Từ đó suy ra số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm là:

$$2000000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \text{ (đồng)}$$

Vì $\left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \approx 1^5 + 5 \cdot 1^4 \cdot \frac{7}{100} + 10 \cdot 1^3 \cdot \left(\frac{7}{100}\right)^2 = 1,399$ nên số tiền mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng khoảng: $2000000000 \cdot 1,399 = 2798000000$ (đồng)

Câu 2. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$.

Trả lời: $64x^3$

Lời giải

Ta có: $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$

$$\begin{aligned} &= x(16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1) + (x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32) \\ &= 16x^5 + 32x^4 + 24x^3 + 8x^2 + x + x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32 \\ &= 17x^5 + 42x^4 + 64x^3 + 88x^2 + 81x + 32. \end{aligned}$$

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$ là $64x^3$.

Câu 3. Lớp 10 A đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Trả lời: 31

Lời giải

Vì tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch nên số cách chọn thành viên của tổ I là:
 $C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = (1+1)^5 - C_5^0 = 2^5 - 1 = 31$.

Câu 4. Cho n là các số tự nhiên. Tính: $T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

Trả lời: $\frac{1}{n+1}(2^{n+1}-1)$

Lời giải

Vì $C_n^0 = 1 = \frac{1}{n+1}C_{n+1}^1$ và áp dụng công thức $\frac{1}{k+2}C_{n+1}^{k+1} = \frac{1}{n+2}C_{n+2}^{k+2}$ ta có:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{n+1}C_{n+1}^1 + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^2 + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^3 + \dots + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{n+1} \\ &= \frac{1}{n+1}(C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 + \dots + C_{n+1}^{n+1}) = \frac{1}{n+1}(2^{n+1}-1). \end{aligned}$$

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con?

Trả lời: 2^6

Lời giải

Số tập con không có phần tử nào của A là C_6^0 .

Số tập có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử, 6 phần tử của A lần lượt là $C_6^1, C_6^2, C_6^3, C_6^4, C_6^5, C_6^6$.

Vậy tổng số tập con của A là $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6 = T$.

Theo khai triển nhị thức Newton, ta có:

$$(1+x)^6 = C_6^0 + C_6^1x + C_6^2x^2 + C_6^3x^3 + C_6^4x^4 + C_6^5x^5 + C_6^6x^6.$$

Thay $x=1$, ta được: $(1+1)^6 = C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6$ hay $T = 2^6$.

Vậy số tập con của tập A là 2^6 .

Câu 6. Cho tập hợp $X = \{a_1; a_2; a_3; a_4; a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con?

Trả lời: 2^5

Lời giải

Số tập con không có phần tử nào của X là $1 = C_5^0$ (đó là tập rỗng).

Số tập con của X có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử lần lượt là $C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5$.

Vậy tổng số tập con của X là $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Khai triển biểu thức $(1+x)^5$ theo nhị thức Newton, ta được:

$$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5 (*).$$

Thay $x=1$ vào $(*)$: $(1+1)^5 = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Vậy số tập con của X là 2^5 .

Câu 7. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Trả lời: -1

Lời giải

$$\text{Đặt } (1-2x)^5 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_5 x^5.$$

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_5 = (1-2)^5 = -1$.

Câu 8. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Trả lời: 10

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 2, n \in N^*$. Ta có: $C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=-6 \end{cases} \Rightarrow n=5$.

Khi đó $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-5k}$, Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0 \Leftrightarrow k=1$.

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1 \cdot 2^1 = 10$.

Câu 9. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n .

Trả lời: $n=5$

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n 2^k C_n^k x^k; (k \in N)$. Suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$. Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1, a_1 = 2C_n^1, a_2 = 4C_n^2$ vào

giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=0 \\ n=5 \end{cases}.$$

Do n là số nguyên dương nên $n=5$.

Câu 10. Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$.

Trả lời: 101

Lời giải

Ta có: $(1+x+x^2+x^3)^5 = [(1+x)+x^2(1+x)]^5 = [(1+x) \cdot (1+x^2)]^5 = (1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5$.

Xét khai triển $(1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l x^{2l} = \sum_{k=0}^5 \left(C_5^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l \cdot x^{k+2l} \right)$,

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k, l thỏa mãn $k+2l=10 \Leftrightarrow k=10-2l$.

Kết hợp với điều kiện, ta có hệ:

$$\begin{cases} k=10-2l \\ 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (k, l) \in \{(0; 5), (2; 4), (4; 3)\} \\ 0 \leq l \leq 5, l \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k \cdot C_5^l$ thỏa mãn

$$C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 \cdot C_5^4 + C_5^4 \cdot C_5^3 = 101.$$

Câu 11. Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số

nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Trả lời: $15x^4$

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 x^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{2n} x + C_{2n+1}^{2n+1}$ (1).

Thay $x=1$ vào (1) ta được $2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (2).

Thay $x=-1$ vào (1) ta được $0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \dots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (3).

Lấy (2)-(3) về theo về ta được $2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n})$.

Theo đề $2^{2n+1} = 2 \cdot 1024 \Leftrightarrow n = 5$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ là:

$$T_{k+1} = C_5^k \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k = C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5} x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

Câu 12. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3+x-x^2)^n$ với n là số

nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.

Trả lời: $-54x^2$

Lời giải

Xét $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$ (1) (Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$).

$$(1) \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{n \cdot (n-3)!} = 12 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + (n-1)(n-2) = 12$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = \frac{-5}{3} \end{cases}. \text{ Do } n \in \mathbb{N} \text{ nên } n = 4.$$

Với $n = 4$ thì

$$P(x) = (3 + x - x^2)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k 3^{4-k} [x(1-x)]^k = \sum_{k=0}^4 C_4^k 3^{4-k} x^k \left(\sum_{i=0}^k C_k^i (-1)^i x^i \right), \Rightarrow P(x) = \sum_{k=0}^4 \sum_{i=0}^k C_4^k C_k^i 3^{4-k} (-1)^i x^{i+k}$$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với

$$i+k=2 (i, k \in \mathbb{N}, 0 \leq i \leq k \leq 4) \Rightarrow \begin{cases} i=0, \\ k=2 \\ i=1, \\ k=1 \end{cases},$$

Vậy số hạng chứa x^2 là $[C_4^2 C_2^0 3^2 (-1)^0 + C_4^1 C_1^1 3^3 (-1)^1] x^2 = -54x^2$.

Câu 13. Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Trả lời: 1024

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k a^{10-k} b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Vậy $S = 2^{10} = 1024$.

Câu 14. Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^5$.

Trả lời: $S = 62$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k a^{6-k} b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^6 = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6$.

Do đó $S = 2^6 - C_6^0 - C_6^6 = 62$. Vậy $S = 62$.

Câu 15. Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2 \cdot C_6^1 + 2^2 \cdot C_6^2 + \dots + 2^6 C_6^6$.

Trả lời: $S = 729$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k a^{6-k} b^k$.

Ta chọn $a=1; b=2$, thu được $(1+2)^6 = C_6^0 + 2 \cdot C_6^1 + 2^2 \cdot C_6^2 + \dots + 2^6 C_6^6$. Vậy $S = 3^6 = 729$.

Câu 16. Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - \dots - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Trả lời: $S = 0$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k a^{12-k} b^k$.

Ta chọn $a=1; b=-1$, thu được $(1-1)^{12} = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - \dots - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Vậy $S = 0^{12} = 0$.

Câu 17. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$.
Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

Trả lời: $S = 128$

Lời giải

Ta có $n^2 - 6n - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -1 \end{cases}$. Do $n \in \mathbb{N}$ nên $n = 7$.

Khi đó: $S = C_7^0 + C_7^1 + \dots + C_7^7$.

Xét khai triển $(a+b)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k a^{7-k} b^k$. Ta chọn $a=b=1$, thu được: $(1+1)^7 = C_7^0 + C_7^1 + \dots + C_7^7$

Vậy $S = 2^7 = 128$.

Câu 18. Cho đa thức $P(x) = (1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Trả lời: 0

Lời giải

Ta có $P(x) = (1-x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (-1)^k x^k$.

Thay $x=1$ ta được $(1-1)^8 = C_8^0 - C_8^1 + C_8^2 - \dots - C_8^7 + C_8^8$.

Vậy tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ bằng 0.

Câu 19. Tính tổng sau $S = C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 2^2 \cdot C_{20}^3 + \dots + 2^{19} C_{20}^{20}$.

Trả lời: $S = \frac{3^{20} - 1}{2}$

Lời giải

Ta có $2S = 2 \cdot C_{20}^1 + 2^2 C_{20}^2 + 2^3 \cdot C_{20}^3 + \dots + 2^{20} \cdot C_{20}^{20}$.

Xét khai triển $(a+b)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k a^{20-k} b^k$.

Ta chọn $a=1; b=2$, thu được $(1+2)^{20} = C_{20}^0 + 2 \cdot C_{20}^1 + \dots + 2^{20} \cdot C_{20}^{20}$.

Do đó $2S = (1+2)^{20} - C_{20}^0 = 3^{20} - 1$. Vậy $S = \frac{3^{20} - 1}{2}$.

Câu 20. Tính tổng sau $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \dots + C_{20}^{20}$.

Trả lời: $S = 2^{19}$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k a^{20-k} b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + C_{20}^3 + \dots + C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1; b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20} = C_{20}^0 - C_{20}^1 + C_{20}^2 - C_{20}^3 + \dots + C_{20}^{20}$.

Cộng theo về hai phương trình ta được $2^{20} = 2 \cdot (C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \dots + C_{20}^{20}) \Leftrightarrow 2S = 2^{20} \Leftrightarrow S = 2^{19}$.

Câu 21. Tính tổng: $S = C_{2019}^1 \cdot 3^{2018} \cdot 2 - C_{2019}^2 \cdot 3^{2017} \cdot 2^2 + C_{2019}^3 \cdot 3^{2016} \cdot 2^3 - \dots - C_{2019}^{2018} \cdot 3^1 \cdot 2^{2018} + C_{2019}^{2019} \cdot 2^{2019}$.

Trả lời: $3^{2019} - 1$.

Lời giải

Xét $A = (a+b)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k a^{2019-k} b^k$
 $= C_{2019}^0 a^{2019} + C_{2019}^1 a^{2018} b + C_{2019}^2 a^{2017} b^2 + C_{2019}^3 a^{2016} b^3 + \dots + C_{2019}^{2018} a^1 b^{2018} + C_{2019}^{2019} b^{2019}$,

Ta chọn $a=-3, b=2$, khi đó $(-3+2)^{2019}$

$= -C_{2019}^0 3^{2019} + \underbrace{C_{2019}^1 3^{2018} 2 - C_{2019}^2 3^{2017} 2^2 + C_{2019}^3 3^{2016} 2^3 + \dots - C_{2019}^{2018} 3^1 2^{2018} + C_{2019}^{2019} 2^{2019}}_S$

$\Rightarrow S = (-3+2)^{2019} + C_{2019}^0 \cdot 3^{2019} = (-1)^{2019} + 3^{2019} = 3^{2019} - 1$.

Câu 22. Tính tổng:

$S = C_{2021}^0 \cdot 4^{2021} - C_{2021}^1 \cdot 4^{2010} \cdot 2 + C_{2021}^2 \cdot 4^{2019} \cdot 2^2 - C_{2021}^3 \cdot 4^{2018} \cdot 2^3 - \dots + C_{2021}^{2020} \cdot 4^1 \cdot 2^{2020}$.

Trả lời: 2^{2022}

Lời giải

$A = (a+b)^{2021} = \sum_{k=0}^{2021} C_{2021}^k a^{2021-k} b^k$
 $= C_{2021}^0 a^{2021} + C_{2021}^1 a^{2020} b + C_{2021}^2 a^{2019} b^2 + C_{2021}^3 a^{2018} b^3 + \dots + C_{2021}^{2020} a^1 b^{2020} + C_{2021}^{2021} b^{2021}$.

Ta chọn $a=4, b=-2$, khi đó: $(4-2)^{2021}$

$$= \underbrace{C_{2021}^0 4^{2021} - C_{2021}^1 4^{2020} 2 + C_{2021}^2 4^{2019} 2^2 - C_{2021}^3 4^{2018} 2^3 + \dots + C_{2021}^{2020} 4 2^{2020}}_S - C_{2021}^{2021} 2^{2021}$$

$$\Rightarrow S = (4-2)^{2021} + C_{2021}^{2021} \cdot 2^{2021} = 2^{2021} + 2^{2021} = 2^{2022}.$$

Câu 23. Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n$.

Trả lời: 4^n

Lời giải

$$S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n, \Rightarrow 2S$$

$$= [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n] + [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n].$$

Ta có $C_n^k = C_n^{n-k}$ (tính chất tổ hợp).

$$\Rightarrow 2S = [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n] + [C_{2n+1}^{2n+1} + C_{2n+1}^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{n+1}],$$

$$\Rightarrow 2S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n + C_{2n+1}^{n+1} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1},$$

Xét khai triển $(x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$,

Khi $x=1 \Rightarrow 2S = 2^{2n+1} \Rightarrow S = 2^{2n} = 4^n$.

Câu 24. Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức:

$$S = 3C_n^0 + 7C_n^1 + 11C_n^2 + \dots + (4n+3)C_n^n.$$

Trả lời: $(2n+3) \cdot 2^n$

Lời giải

Ta có $S = (0.4+3)C_n^0 + (1.4+3)C_n^1 + (2.4+3)C_n^2 + \dots + (n.4+3)C_n^n$.

$$\Rightarrow S = 4(C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + n \cdot C_n^n) + 3(C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n).$$

Xét khai triển $(x+1)^n = C_n^0 x^0 + C_n^1 x^1 + \dots + C_n^n x^n$.

Khi $x=1 \Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$.

Mặt khác ta lại có: $k \cdot C_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)!}{(k-1)![(n-1)-(k-1)]!} = n \cdot C_{n-1}^{k-1}$.

Do đó: $C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + n \cdot C_n^n = n(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1})$.

Tương tự xét khai triển $(x+1)^{n-1} = C_{n-1}^0 x^0 + C_{n-1}^1 x^1 + \dots + C_{n-1}^{n-1} x^{n-1}$.

Khi $x=1 \Rightarrow C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1} = 2^{n-1}$.

Vậy $S = 4n \cdot 2^{n-1} + 3 \cdot 2^n = (2n+3) \cdot 2^n$.

Câu 25. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau: $f(x) = (1-2x)^{10}$.

Trả lời: -15360

Lời giải

Ta có $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_n^k 1^{10-k} (-2x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-2)^k x^k$. Số hạng chứa x^7 ứng với giá trị $k = 7$. Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^7 (-2)^7 = -15360$.

Câu 26. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau: $6h(x) = x(2+3x)^9$.

Trả lời: 489888

Lời giải

$$\text{Ta có } h(x) = (2+3x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} (3x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} 3^k \cdot x^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} 3^k x^{k+1}.$$

Số hạng chứa x^7 ứng với giá trị k thỏa $k+1=7 \Leftrightarrow k=6$.

Vậy hệ số chứa x^7 là: $C_9^6 2^3 3^6 = 489888$.

Câu 27. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$g(x) = (1+x)^7 + (1-x)^8 + (1+x)^9.$$

Trả lời: 29

Lời giải

$$\text{Hệ số của } x^7 \text{ trong khai triển } (1+x)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^k \text{ là: } C_7^7 = 1,$$

$$\text{Hệ số của } x^7 \text{ trong khai triển } (1-x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (-1)^k x^k \text{ là: } C_8^7 (-1)^7 = -8,$$

$$\text{Hệ số của } x^7 \text{ trong khai triển } (1+x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^k \text{ là: } C_9^7 = 36,$$

Vậy hệ số chứa x^7 trong khai triển $g(x)$ thành đa thức là: 29.

Câu 28. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^{12}, (x \neq 0)$

Trả lời: 59136

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{12-2k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với giá trị k thỏa mãn: $12-2k=0 \Leftrightarrow k=6$.

$\Rightarrow$ Số hạng không chứa x là: $C_{12}^6 \cdot 2^6 = 59136$.

Câu 29. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

Trả lời: 8085

Lời giải

$$f(x) = (1 + 2x + 3x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x + 3x^2)^k$$

$$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i (2x)^{k-i} \cdot (3x^2)^i = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i 2^{k-i} \cdot 3^i x^{k+i}, 0 \leq i \leq k \leq 10.$$

Do đó $k+i=4$ với các trường hợp $i=0, k=4$ hoặc $i=1, k=3$ hoặc $i=k=2$.

Vậy hệ số chứa x^4 : $2^4 C_{10}^4 \cdot C_4^0 + 2^2 3^1 C_{10}^3 \cdot C_3^1 + 3^2 C_{10}^2 \cdot C_2^2 = 8085$.

Câu 30. Tìm số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên.

Trả lời: 4536

Lời giải

$(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (\sqrt{3})^k (\sqrt[3]{2})^{9-k}$. Số hạng là số nguyên ứng với các giá trị của k thỏa:

$$\begin{cases} k = 2m \\ 9 - k = 3n \Leftrightarrow k = 0, k = 6. \text{ Các số hạng là số nguyên: } C_9^0 (\sqrt[3]{2})^9 = 8 \text{ và} \\ k = 0, \dots, 9 \end{cases}$$

$$C_9^6 (\sqrt{3})^6 (\sqrt[3]{2})^3 = C_9^6 \cdot 27 \cdot 2 = 4536.$$

Câu 31. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, biết $C_n^1 + C_n^2 = 55$.

Trả lời: 13440

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có:

$$C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10(n) \\ n = -11(l) \end{cases}.$$

Với $n=10$ ta có $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}$ với số hạng tổng quát:

$$T_{k+1} = C_{10}^k x^{3(10-k)} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{10}^k 2^k x^{30-5k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $30-5k=0 \Leftrightarrow k=6$. Vậy số hạng không chứa x là $C_{10}^6 2^6 = 13440$.

Câu 32. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + 2^n \cdot C_n^n = 59049$.

Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Tìm giá trị của x .

Trả lời: $x = \pm 1$

Lời giải

$$C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + 2^n \cdot C_n^n = 59049 \Rightarrow (1+2)^n = 59049 \Leftrightarrow 3^n = 3^{10} \Leftrightarrow n = 10.$$

Ta được nhị thức $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng thứ ba của khai triển là $T_3 = C_{10}^2 \cdot (x^2)^8 \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^2 = 405x^{14}$.

Theo giả thiết ta có: $405x^{14} = \frac{81}{2}n \Leftrightarrow 405x^{14} = 405 \Leftrightarrow x^{14} = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 33. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.

Trả lời: 9045

Lời giải

$$\begin{aligned}(1+2x)(3+x)^{11} &= (3+x)^{11} + 2x(3+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + 2x \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k \\ &= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 2 \cdot 3^{11-k} \cdot x^{k+1}. \text{ Vậy hệ số của } x^9 \text{ là: } C_{11}^9 \cdot 3^2 + C_{11}^8 \cdot 2 \cdot 3^3 = 9045.\end{aligned}$$

Câu 34. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$, ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

Trả lời: -10

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Điều kiện } n \in \mathbb{N}, n \geq 3. \text{ Ta có: } A_n^2 - C_n^3 &= 10 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} = 10 \\ \Leftrightarrow n(n-1) - \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) &= 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{6}n^3 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{4}{3}n - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = 6 \\ n = 5 \end{cases}.\end{aligned}$$

So điều kiện nhận $n = 6$ hay $n = 5$.

$$\text{Khi } n = 6, \text{ ta có } \left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{2(6-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-2)^k x^{12-5k},$$

$$\text{Để có } x^5 \text{ thì } 12 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = \frac{7}{5} \text{ (loại)}.$$

$$\text{Khi } n = 5, \text{ ta có } \left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{2(5-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-2)^k x^{10-5k},$$

$$\text{Để có } x^5 \text{ thì } 10 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 1,$$

$$\text{Vậy } a_5 = C_5^1 (-2) = -10.$$

Câu 35. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$.

Trả lời: -1272

Lời giải

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6$ là $C_6^4 2^4 (-1)^2 = 240$,

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x-3)^8$ là $C_8^5 (-3)^3 = -1512$,

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ là $240 - 1512 = -1272$.

Câu 36. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn:

$$C_n^0 + 4C_n^1 + 4^2 C_n^2 + \dots + 4^n C_n^n = 15625. \text{ Tìm } n.$$

Trả lời: $n = 6$

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$.

Chọn $x = 4$; ta có: $5^n = C_n^0 + 4C_n^1 + 4^2 C_n^2 + \dots + 4^n C_n^n$.

Suy ra: $15625 = 5^n \Leftrightarrow 5^6 = 5^n \Leftrightarrow n = 6$.

Câu 37. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \dots + C_{2n}^{2n} = 512$.

Trả lời: $n = 5$.

Lời giải

$$\text{Xét } (1+1)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k \cdot 1^{2n-k} \cdot 1^k = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$$

$$\text{Xét } (1-1)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k \cdot 1^{2n-k} \cdot (-1)^k = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + C_{2n}^4 - \dots + C_{2n}^{2n}$$

$$\text{Lấy (1) + (2)} \Rightarrow 2^{2n} + 0^{2n} = 2 \cdot (C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + C_{2n}^6 + \dots + C_{2n}^{2n})$$

$$\Leftrightarrow 2^{2n} = 2 \cdot 512 \Leftrightarrow 2^{2n} = 1024 \Leftrightarrow 2^{2n} = 2^{10} \Leftrightarrow 2n = 10 \Leftrightarrow n = 5.$$

Câu 38. Tính tổng $S = C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22}$.

$$\text{Trả lời: } S = 2^{21} - \frac{C_{22}^{11}}{2}.$$

Lời giải

$$2^{22} = (1+1)^{22} = C_{22}^0 + C_{22}^1 + C_{22}^2 + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22}.$$

Áp dụng tính chất: $C_n^k = C_n^{n-k}$, suy ra: $C_{22}^0 = C_{22}^{22}, C_{22}^1 = C_{22}^{21}, C_{22}^2 = C_{22}^{20}, \dots, C_{22}^{10} = C_{22}^{12}$.

Do đó:

$$C_{22}^0 + C_{22}^1 + C_{22}^2 + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22} = 2(C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22}) + C_{22}^{11}$$

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22} = \frac{C_{22}^0 + C_{22}^1 + C_{22}^2 + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22}}{2} - \frac{C_{22}^{11}}{2}$$

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22} = \frac{2^{22}}{2} - \frac{C_{22}^{11}}{2}$$

$$\Leftrightarrow C_{22}^{12} + C_{22}^{13} + \dots + C_{22}^{20} + C_{22}^{21} + C_{22}^{22} = 2^{21} - \frac{C_{22}^{11}}{2}. \text{ Vậy } S = 2^{21} - \frac{C_{22}^{11}}{2}.$$

Câu 39. Cho biểu thức $S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20}$. Tính giá trị của $3S$.

Trả lời: 4^{20}

Lời giải

Ta có:

$$S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20} \Leftrightarrow 3S$$

$$= 3^{20}C_{20}^0 + 3^{19}C_{20}^1 + 3^{18}C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20},$$

$$\text{Xét khai triển: } (3+1)^{20} = C_{20}^0 3^{20}1^0 + C_{20}^1 3^{19}1^1 + C_{20}^2 3^{18}1^2 + \dots + C_{20}^{20} 3^0 1^{20},$$

$$\Rightarrow (3+1)^{20} = C_{20}^0 3^{20} + C_{20}^1 3^{19} + C_{20}^2 3^{18} + \dots + C_{20}^{20} \Leftrightarrow 3S = 4^{20}.$$

Câu 40. Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng.

Trả lời: 518000000 đồng.

Lời giải

$$\text{Lãi suất của một tháng } r = \frac{7,2}{12} \% = 0,6\% / \text{tháng}.$$

$$\text{Ta có: } T = T_0(1+r)^n.$$

$$\text{Suy ra: } T = 500.10^6(1+0,006)^6 \approx 500.10^6(C_6^0 + C_6^1 \cdot 0,006) \approx 518000000 \text{ đồng}.$$

Vậy: sau 6 tháng người đó nhận được hơn 518000000 đồng.

Câu 41. Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người?

Trả lời: 4

Lời giải

Gọi A là số dân ban đầu, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, A_n là số dân của tỉnh đó sau n năm.

$$\text{Khi đó: } A_n = A(1+r)^n.$$

$$\text{Theo giả thiết: } 1,2 = \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow 1,2 = \left[C_n^0 + C_n^1 \cdot \left(\frac{5}{100} \right) + C_n^2 \cdot \left(\frac{5}{100} \right)^2 + \dots + C_n^{n-1} \cdot \left(\frac{5}{100} \right)^{n-1} \right]$$

$$\Leftrightarrow 1,2 \approx C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{5}{100} \Leftrightarrow 1,2 \approx 1 + 0,05n \Leftrightarrow n \approx 4.$$

Vậy: Sau khoảng 4 năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người.

Câu 42. Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7%/năm và 5%/năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Trả lời: 1192000000 đồng.

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm. Khi đó: $P_n = P(1+r)^n$. Theo giả thiết:

$$800 \left(1 + \frac{7}{100} \right)^n = 950 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^n \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{7}{100} = \frac{19}{16} \left(C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{5}{100} \right) \Leftrightarrow 1 + \frac{7n}{100} = \frac{19}{16} + \frac{19n}{320} \Leftrightarrow \frac{17n}{1600} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow n \approx 17,$$

$$\Rightarrow P_{17} \approx 800000000 \left(C_{17}^0 + C_{17}^1 \cdot \frac{7}{100} \right) \approx 1192000000.$$

Vậy sau hơn 17 năm mỗi người nhận được 1192000000 đồng.

Câu 43. Tìm hệ số của x^{11} trong khai triển $(3x - x^2)^{10}$.

Trả lời: -196830

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_{10}^k (3x)^{10-k} \cdot (-x^2)^k = C_{10}^k \cdot 3^{10-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{10-k} \cdot x^{2k} = C_{10}^k \cdot 3^{10-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{10+k}$$

Số hạng chứa x^{11} tương ứng với: $10+k=11 \Leftrightarrow k=1$

Vậy hệ số của x^{11} là: $C_{10}^1 \cdot 3^{10-1} \cdot (-1)^1 = -196830$.

Câu 44. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{2x} \right)^9$.

Trả lời: $1152x^5$

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_9^k (2x)^{9-k} \cdot \left(\frac{1}{2x} \right)^k = C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot x^{9-k} \cdot \frac{1}{2^k x^k} = C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot \frac{1}{2^k} x^{9-2k}$$

Số hạng chứa x^5 tương ứng với: $9-2k=5 \Leftrightarrow k=2$

Vậy số hạng chứa x^5 là: $C_9^2 \cdot 2^{9-2} \cdot \frac{1}{2^2} x^5 = 1152x^5$.

Câu 45. Tìm số hạng chứa x^{28} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

Trả lời: $91390x^{28}$

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \frac{(-1)^k}{x^{2k}} = C_{40}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{40-3k}$$

Số hạng chứa x^{28} tương ứng với: $40-3k = 28 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng chứa x^{28} là: $C_{40}^4 \cdot (-1)^4 \cdot x^{28} = 91390x^{28}$.

Câu 46. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-3x)^5 - x^2(1+2x)^{10}$.

Trả lời: -555

Lời giải

Hệ số của x^5 trong khai triển cũng là tổng hệ số của x^5 trong khai triển hai biểu thức thành phần.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(1-3x)^5$ có dạng: $C_5^k \cdot 1^{5-k} \cdot (-3x)^k = C_5^k \cdot (-3)^k \cdot x^k$

Số hạng chứa x^4 tương ứng với: $k = 4$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-3x)^5$ là: $C_5^4 \cdot (-3)^4 = 405$.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^{10}$ có dạng: $C_{10}^h \cdot 1^{10-h} \cdot (2x)^h = C_{10}^h \cdot 2^h \cdot x^h$

Số hạng chứa x^3 tương ứng với: $h = 3$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x^2(1+2x)^{10}$ là: $C_{10}^3 \cdot 2^3 = 960$.

Kết luận: Hệ số của x^5 trong khai triển đã cho là: $405 - 960 = -555$.

Câu 47. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

Trả lời: $S = -1$

Lời giải

Ta có: $(3x-4)^{17} = C_{17}^0 \cdot (3x)^{17} + C_{17}^1 \cdot (3x)^{16} \cdot (-4) + C_{17}^2 \cdot (3x)^{15} \cdot (-4)^2 + \dots + C_{17}^{17} \cdot (-4)^{17}$

Để tìm tổng tất cả hệ số của khai triển trên, ta thay $x=1$ vào khai triển trên, ta được:

$$S = C_{17}^0 \cdot (3 \cdot 1)^{17} + C_{17}^1 \cdot (3 \cdot 1)^{16} \cdot (-4) + C_{17}^2 \cdot (3 \cdot 1)^{15} \cdot (-4)^2 + \dots + C_{17}^{17} \cdot (-4)^{17} = (3 \cdot 1 - 4)^{17} = -1$$

Vậy tổng tất cả hệ số của khai triển trên là $S = -1$

Câu 48. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$.

Trả lời: 2^n

Lời giải

Ta có: $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 \cdot x + C_n^2 \cdot x^2 + \dots + C_n^n \cdot x^n$

Ta thay $x=1$ vào hai vế khai triển trên, ta được:

$$S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n$$

Câu 49. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

Trả lời: -810

Lời giải

Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_n^k (3x^2)^{n-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_n^k \cdot 3^{n-k} \cdot x^{2n-2k} \cdot \frac{(-2)^k}{x^k} = C_n^k \cdot 3^{n-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{2n-3k}$$

Số hạng thứ 3 tương ứng với: $k = 2$.

Vì hệ số của x^3 là 1080 nên: $C_n^2 \cdot 3^{n-2} \cdot (-2)^2 = 1080$

$$\Leftrightarrow C_n^2 \cdot 3^{n-2} = 270 = 90 \cdot 3 = 30 \cdot 3^2 = 10 \cdot 3^3$$

Trường hợp 1: $\Leftrightarrow C_n^2 \cdot 3^{n-2} = 90 \cdot 3 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow C_3^2 = 90$ (sai)

Trường hợp 2: $\Leftrightarrow C_n^2 \cdot 3^{n-2} = 30 \cdot 3^2 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow C_4^2 = 30$ (sai)

Trường hợp 3: $\Leftrightarrow C_n^2 \cdot 3^{n-2} = 10 \cdot 3^3 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5^2 = 10$ (đúng)

Vậy $n = 5$.

Khi đó, số hạng tổng quát của khai triển đã cho là: $C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{10-3k}$

Số hạng không chứa x^7 tương ứng với: $10 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 1$

Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là: $C_5^1 \cdot 3^{5-1} \cdot (-2)^1 = -810$.

Câu 50. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 12$) lớn nhất trong khai triển trên.

Trả lời: 64481508

Lời giải

Khai triển đa thức $P(x) = (1+3x)^{14} = a_0 + a_1x + \dots + a_{14}x^{14}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 14$) lớn nhất trong khai triển trên.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+3x)^{14}$ có dạng: $C_{14}^k \cdot 1^{14-k} \cdot (3x)^k = C_{14}^k \cdot 3^k \cdot x^k$ ($0 \leq k \leq 14$)

Hệ số tổng quát là: $a_k = C_{14}^k \cdot 3^k$

So sánh a_k và a_{k+1} , ta có:

$$\begin{aligned} a_k - a_{k+1} &= 3^k \cdot C_{14}^k - 3^{k+1} \cdot C_{14}^{k+1} = 3^k \cdot \frac{14!}{k!(14-k)!} - 3^{k+1} \cdot \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!} \\ &= \frac{3^k \cdot 14!}{(k+1)!(14-k)!} [k+1-3(14-k)] = \frac{3^k \cdot 14!}{(k+1)!(14-k)!} \cdot (4k-41) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra; } \begin{cases} a_k > a_{k+1} & \text{kh} \text{ik} > \frac{41}{4} \\ a_k < a_{k+1} & \text{kh} \text{ik} < \frac{41}{4} \end{cases}$$

$$\text{hay } \Rightarrow \begin{cases} a_k > a_{k+1} & \text{kh} \text{i} \quad k \geq 11 \\ a_k < a_{k+1} & \text{kh} \text{i} \quad k \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{11} > a_{12} > a_{13} > a_{14} \\ a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9 < a_{10} < a_{11} \end{cases}$$

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển là: $a_{11} = C_{14}^{11} \cdot 3^{11} = 64481508$.

Câu 51. Xác định hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{3}x - 4\right)^7$.

Trả lời: $\frac{3584}{81}$

Lời giải

Số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{3}x - 4\right)^7$ là $C_7^2 \cdot \left(\frac{2}{3}x\right)^5 \cdot (-4)^2 = \frac{3584}{81}x^5$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{3}x - 4\right)^7$ là $\frac{3584}{81}$.

Câu 52. Xác định hệ số của x^8 trong khai triển biểu thức $(3x^2 + 1)^5$.

Trả lời: 405

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (3x^2 + 1)^5 &= (3x^2)^5 + 5 \cdot (3x^2)^4 \cdot 1 + 10 \cdot (3x^2)^3 \cdot 1^2 + 10 \cdot (3x^2)^2 \cdot 1^3 + 5 \cdot 3x^2 \cdot 1^4 + 1^5 \\ &= 243x^{10} + 405x^8 + 270x^6 + 90x^4 + 15x^2 + 1. \end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^8 trong khai triển biểu thức $(3x^2 + 1)^5$ là 405.

Câu 53. Xác định hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $(x^2 + 2y)^5$.

Trả lời: 80

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x^2 + 2y)^5 &= (x^2)^5 + 5 \cdot (x^2)^4 \cdot 2y + 10 \cdot (x^2)^3 \cdot (2y)^2 + 10 \cdot (x^2)^2 \cdot (2y)^3 + 5 \cdot x^2 \cdot (2y)^4 + (2y)^5 \\ &= x^{10} + 10x^8y + 40x^6y^2 + 80x^4y^3 + 80x^2y^4 + 32y^5. \end{aligned}$$

Suy ra hệ số của $x^4 y^3$ trong khai triển biểu thức $(x^2 + 2y)^5$ là 80.

Câu 54. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2 + 3x)^5$.

Trả lời: 810

Lời giải

Ta xét khai triển $(2 + 3x)^5$ có số hạng tổng quát là:

$$T_{k+1} = C_5^k 2^{5-k} (3x)^k = C_5^k 2^{5-k} 3^k x^k.$$

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn: $k = 4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4} 3^4 = 810$.

Câu 55. Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x - 2)^4$.

Trả lời: $-96x$

Lời giải

Ta xét khai triển $(3x - 2)^4$ có số hạng tổng quát là:

$$T_{k+1} = C_4^k (3x)^{4-k} (-2)^k = C_4^k 3^{4-k} (-2)^k x^{4-k}.$$

Số hạng chứa x trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn: $4 - k = 1 \Rightarrow k = 3$.

Vậy số hạng chứa x trong khai triển là: $C_4^3 3^{4-3} (-2)^3 x = -96x$.

Câu 56. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Trả lời: 24

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là:

$$T_{k+1} = C_4^k \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{4-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = C_4^k \cdot (2)^{3k-4} (x)^{4-2k},$$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2 \cdot (2)^{3 \cdot 2 - 4} = 24$.

Câu 57. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

Trả lời: 24

Lời giải

Xét số hạng tổng quát

$$T_{k+1} = C_4^k (2x^2)^{4-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_4^k 2^{4-k} x^{8-2k} (-1)^k \frac{1}{x^{2k}} = C_4^k 2^{4-k} x^{8-4k} (-1)^k \quad (\text{với}$$

$$0 \leq k \leq 4, k \in \mathbb{N}).$$

Số hạng không chứa x ứng với $8 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3 = C_4^2 2^2 (-1)^2 = 24$.

Câu 58. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$.

Trả lời: $\frac{27}{64}$

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{4-k} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^k = \frac{1}{256} + \frac{3}{64}x + \frac{27}{128}x^2 + \frac{27}{64}x^3 + \frac{81}{256}x^4$.

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển là $\frac{27}{64}$.

Câu 59. Tìm giá trị gần đúng của x , biết $(9+x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9+x)^5$.

Trả lời: $x \approx 0,02$

Lời giải

Ta có: $(9+x)^5 = C_5^0 \cdot 9^5 + C_5^1 \cdot 9^4 \cdot x + C_5^2 \cdot 9^3 \cdot x^2 + C_5^3 \cdot 9^2 \cdot x^3 + C_5^4 \cdot 9 \cdot x^4 + C_5^5 \cdot x^5$
 $\approx C_5^0 9^5 + C_5^1 9^4 x \approx 59705,1 \Rightarrow x \approx 0,02$. Vậy $x \approx 0,02$.

Câu 60. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$.

Trả lời: 2160

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_6^k \cdot (3x^2)^{6-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_6^k \cdot 3^{6-k} \cdot x^{12-2k} \cdot \frac{2^k}{x^k} = C_6^k \cdot 3^{6-k} \cdot 2^k \cdot x^{12-3k}$$

Số hạng không chứa x tương ứng với: $12 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng không chứa x là: $C_6^4 \cdot 3^{6-4} \cdot 2^4 = 2160$.

Câu 61. Tìm số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy + \frac{3}{y}\right)^5$.

Trả lời: $720x^3y$

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_5^k \cdot (2xy)^{5-k} \cdot \left(\frac{3}{y}\right)^k = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-k} \cdot \frac{3^k}{y^k} = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot 3^k \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-2k}$$

Số hạng chứa x^3y tương ứng với: $\begin{cases} 5-k=3 \\ 5-2k=1 \end{cases} \Leftrightarrow k=2$

Vậy số hạng chứa x^3y là: $C_5^2 \cdot 2^{5-2} \cdot 3^2 \cdot x^3y = 720x^3y$.

Câu 62. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển: $(2-3x)^5 - 2 \cdot (3x+1)^6$.

Trả lời: -1620

Lời giải

Hệ số của x^4 trong khai triển cũng là tổng hệ số của x^4 trong khai triển hai biểu thức thành phần.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(2-3x)^5$ có dạng: $C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot (-3x)^k = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot (-3)^k x^k$

Số hạng chứa x^4 tương ứng với: $k=4$

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển $(2-3x)^5$ là: $C_5^4 \cdot 2^{5-4} \cdot (-3)^4 = 810$.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(3x+1)^6$ có dạng: $C_6^h \cdot (3x)^{6-h} \cdot 1^h = C_6^h \cdot 3^{6-h} \cdot x^{6-h}$

Số hạng chứa x^4 tương ứng với: $6-h=4 \Leftrightarrow h=2$

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển $(3x+1)^6$ là: $C_6^2 \cdot 3^{6-2} = 1215$.

Kết luận: Hệ số của x^4 trong khai triển đã cho là: $810 - 2 \cdot 1215 = -1620$.